

**VŠB – Technická univerzita Ostrava**

**Fakulta strojní**

**Katedra pružnosti a pevnosti**

**Numerické řešení součinitelů koncentrace napětí pro různé  
konfigurace trhlin**

**Numerical Solution Stress Intensity Factors for Various Crack  
Configuration**

**Student:**

**Bc. Marek Bárta**

**Vedoucí diplomové práce:**

**Dr. Ing. Ludmila Adámková**

**Ostrava 2009**

Prohlašuji, že jsem celou diplomovou práci včetně příloh vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a uvedl jsem všechny použité podklady a literaturu.

V Ostravě 22. května 2009

.....

podpis studenta

Prohlašuji, že

- byl jsem seznámen s tím, že na moji diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. – autorský zákon, zejména § 35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a § 60 – školní dílo.
- беру на вѣдомі, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen VŠB-TUO) má právo nevýdělečně ke své vnitřní potřebě diplomovou práci užít (§ 35 odst. 3).
- souhlasím s tím, že jeden výtisk diplomové práce bude uložen v Ústřední knihovně VŠB-TUO k prezenčnímu nahlédnutí a jeden výtisk bude uložen u vedoucího diplomové práce. Souhlasím s tím, že údaje o diplomové práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO.
- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona.
- bylo sjednáno, že užít své dílo – diplomovou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).
- беру на вѣдомі, že odevzdáním své práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, bez ohledu na výsledek její obhajoby.

V Ostravě 22. května 2009

.....

Adresa trvalého pobytu studenta: Osvobození 16  
Vřesina  
742 85

## **ANOTACE DIPLOMOVÉ PRÁCE**

BÁRTA, M. Numerické řešení součinitelů koncentrace napětí pro různé konfigurace trhlin. Ostrava: katedra pružnosti a pevnosti, Fakulta strojní VŠB-Technická univerzita Ostrava, 2009, 63 s. Diplomová práce, vedoucí Adámková, L.

Diplomová práce se zabývá numerickým řešením součinitelů koncentrace napětí pro různé konfigurace trhlin. Byly srovnány výsledky analytického řešení s řešením numerickým pomocí metody konečných prvků pro různé tvary a velikosti trhlin.

Nejprve je řešena problematika průchozích trhlin, které jsou reprezentovány trhlínou v nekonečné desce s kruhovým otvorem a trhlínou stejné velikosti v nekonečné desce bez otvoru. Poté jsou porovnány oba typy trhlin.

Dále je řešena problematika skutečných trhlin. Zde jsou řešeny povrchové semieliptické trhliny v tlakových nádobách jak na vnějším povrchu, tak na vnitřním povrchu nádoby.

## **ANNOTATION OF THESIS**

BÁRTA, M. Numerical Solution Stress Intensity Factors for Various Crack Configuration. Ostrava: Department of Mechanics of Materials, Faculty of Mechanical Engineering VŠB – Technical University of Ostrava, 2009, 63 p. Thesis, head: Adámková, L.

Thesis deals with numerical solutions of stress intensity factors for various configurations of cracks. Results were compared with analytical solutions to numerical solution using finite element methods for different shapes and sizes of cracks.

Firstly are solved problems of straight-through cracks, which are represented by crack in infinite plate with a circular hole and the same size crack in infinite plate without hole. After that both types of cracks are compared.

Further there are solved problems of real cracks. There are solved semi-elliptical surface cracks in pressure vessels both on the external surface and the internal surface of vessel.

## Seznam použitého značení:

Veličina	Označení	Jednotka
E	Modul pružnosti v tahu	[MPa]
F	Korekční součinitel	[-]
$G_j$	Koeficienty udávající vliv rozložení napětí	[-]
$J_I$	Riceův J-integrál	[MPa · mm]
K	Faktor intenzity napětí	[MPa√mm]
$K_{IC}$	Lomová houževnatost materiálu	[MPa√mm]
$K_{red}$	Redukovaný faktor intenzity napětí	[MPa√mm]
L	Délkový rozměr	[mm]
Q	Druhá odmocnina z úplného eliptického integrálu druhého druhu	[-]
R	Poloměr	[mm]
Y	Funkce tvaru a způsobu zatížení trhliny	[-]
a	Rozměr trhliny	[mm]
b	Velikost vedlejší poloosy	[mm]
p	Tlak aplikovaný na vnitřní stěnu nádoby	[MPa]
r	Radiusvektor polárního souřadnicového systému	[mm]
t	Tloušťka stěny tlakové nádoby	[mm]
u	Posunutí ve směru osy x	[mm]
v	Posunutí ve směru osy y	[mm]
$\phi$	Úhel vynášený od povrchu trhliny	[°], [rad]
$\mu$	Poissonovo číslo	[-]
$\theta$	Úhel polárního souřadnicového systému	[°], [rad]
$\sigma$	Normálové napětí	[MPa]
$\sigma_{Red}$	Redukované napětí	[MPa]
$\tau$	Smykové napětí	[MPa]

## Obsah diplomové práce

Seznam použitého značení .....	6
1 Úvod .....	8
2 Cíl práce .....	9
3 Napjatost v blízkosti trhliny .....	10
3.1 Faktor intenzity napětí .....	10
3.2 Základní způsoby zatížení .....	10
3.3 Popis napjatosti .....	12
3.4 Kriterium Riceova J-integrálu .....	13
4 Numerické řešení problémů lomové mechaniky .....	14
4.1 Výpočet lomových parametrů .....	15
5 Trhlina v kruhovém otvoru v nekonečné desce .....	16
5.1 Analytické řešení .....	17
5.2 Numerické řešení pomocí metody konečných prvků .....	18
5.2.1 Výpočet faktoru intenzity napětí pomocí KCALC .....	20
5.2.2 Řešení $K_I$ pomocí Riceova J-integrálu .....	22
5.3 Porovnání obou typů výpočtů a dosažených výsledků .....	23
6 Trhlina v nekonečné desce .....	26
6.1 Analytické řešení .....	26
6.2 Numerické řešení pomocí metody konečných prvků .....	27
6.3 Srovnání výsledků .....	30
7 Tlakové nádoby s povrchovou trhlinou .....	33
7.1 Analytické řešení .....	33
7.1.1 Vnitřní povrchové trhliny .....	33
7.1.2 Vnější povrchové trhliny .....	34
7.2 Numerické řešení .....	35
7.3 Porovnání výsledků pro danou trhlinu .....	39
7.3.1 Porovnání obou typů numerických výpočtů .....	40
7.4 Srovnání průběhů v grafech .....	46
7.5 Jedna povrchová trhlina v průřezu nádoby .....	47
8 Závěr .....	50
9 Seznam použité literatury .....	52
10 Přílohy .....	54

# 1 Úvod

V běžných technických materiálech se vyskytují vady. Tyto vady jsou obvykle hlavními zdroji trhlin.

Trhliny mohou vznikat během výrobního procesu nebo později následkem vlivu prostředí a provozního zatížení, popřípadě degradací mechanických vlastností materiálu s časem nebo také díky přítomnosti vlastních napětí I. druhu od svařování případně tepelného zpracování. Přítomnost trhlin nebo vad může významně snížit strukturální celistvost součástí. Trhliny nejčastěji vznikají působením tahových napětí jak při výrobě, kdy je materiál různě zpracováván, tak při namáhání v provozu.

Problematikou trhlin se zabývá lomová mechanika. Cílem lomové mechaniky je znalost napěťových a deformačních vlastností v okolí trhlin, které pomáhají při navrhování struktury. Základním pojmem lomové mechaniky je faktor intenzity napětí označovaný  $K$ .

Problematikou trhlin je nutno se zabývat především u zařízení jako jsou tlakové nádoby, vysokotlaké potrubní systémy, ale i kotlová tělesa, zařízení chemického průmyslu nebo některé komponenty jaderných elektráren, aby nedošlo ke vzniku lomu, který by vedl k porušení, či havárii.

V literatuře lze najít analytické výpočty pro faktory intenzity napětí pro různé tvary trhlin a pro různé způsoby zatížení.

Většina těchto výpočtů je závislá na tabelizovaných koeficientech, což omezuje tyto výpočty na přesně specifikované problémy. Naproti tomu jsou zde numerické výpočty pomocí metody konečných prvků, které poskytují výpočty faktoru intenzity napětí pro jakýkoliv tvar tělesa a trhliny.

## 2 Cíl práce

V teoretické části je rozebrána problematika napěťového pole v okolí trhliny a výpočty lomových parametrů.

Praktická část se nejprve zabývá řešením průchozích trhlín, kde jsou řešeny trhliny v nekonečné desce s kruhovým otvorem. Poté je provedeno řešení trhlín stejných velikostí v nekonečné desce bez otvoru. Následně jsou výsledky obou průchozích trhlín porovnány.

Dále se práce zabývá řešením skutečných trhlín, které se nahrazují půlelipsou (polovinou elipsy) pro povrchové trhliny nebo celou elipsou pro trhliny vnitřní. Jako příklad jsou zde uvažovány povrchové trhliny v tlakových nádobách. Jedná se o dvě trhliny orientované naproti sobě v průřezu jednak na vnějším povrchu, jednak na vnitřním povrchu nádoby. Poté je provedeno porovnání výsledků s jedinou povrchovou trhlinou v průřezu tlakové nádoby.

U všech případů byly provedeny výpočty pro různé tvary a velikosti trhlín a numerické výsledky pomocí metody konečných prvků jsou vždy porovnávány s analytickým řešením, abychom mohli porovnat jejich správnost a určit odchylku obou typů výpočtů.



### 3 Napjatost v blízkosti trhliny

Pro posouzení velikosti trhlín byla stanovena různá kritéria. Mezi nejpoužívanější patří kritérium faktoru intenzity napětí.

#### 3.1 Faktor intenzity napětí

Faktor intenzity napětí  $K_I$  představuje základní pojem lomové mechaniky. Poprvé byl definován Irwinem [14] jako charakteristika napěťového pole v bezprostředním okolí čela trhliny. Závisí jak na velikosti nominálního napětí v okolí trhliny, tak i na délce trhliny. V tělesech konečných rozměrů závisí rovněž na tvaru těles. Velkou předností faktoru intenzity napětí je možnost definovat materiálové parametry charakterizující odolnost proti vzniku a šíření křehkých trhlín.

#### 3.2 Základní způsoby zatížení

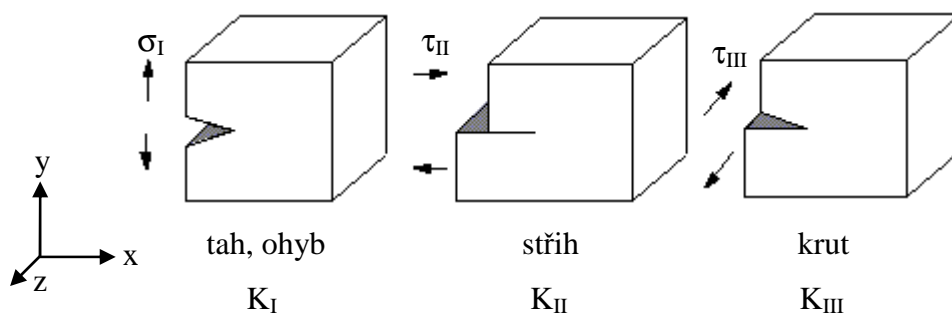
Rozeznáváme 3 základní způsoby (módy) zatížení, pomocí jejichž kombinace lze popsat jakoukoliv trhlínu pomocí principu superpozice účinků.

I. Způsob zatížení – tah, ohyb.

II. Způsob zatížení – podélný smyk neboli stříh.

III. Způsob zatížení – krut.

Všechny tři případy jsou zobrazeny v obrázku 1.



Obr. 1 – Základní způsoby zatížení

V prvním zatěžovacím módu rozhoduje napětí  $\sigma_I$ , při druhém smykové napětí  $\tau_{II}$  a v třetím smykové napětí  $\tau_{III}$  (antirovinný případ).

Pro faktory intenzity napětí průchozí trhliny platí:

$$K_I = \sigma_I \sqrt{\pi a Y_I}, \quad (1a)$$

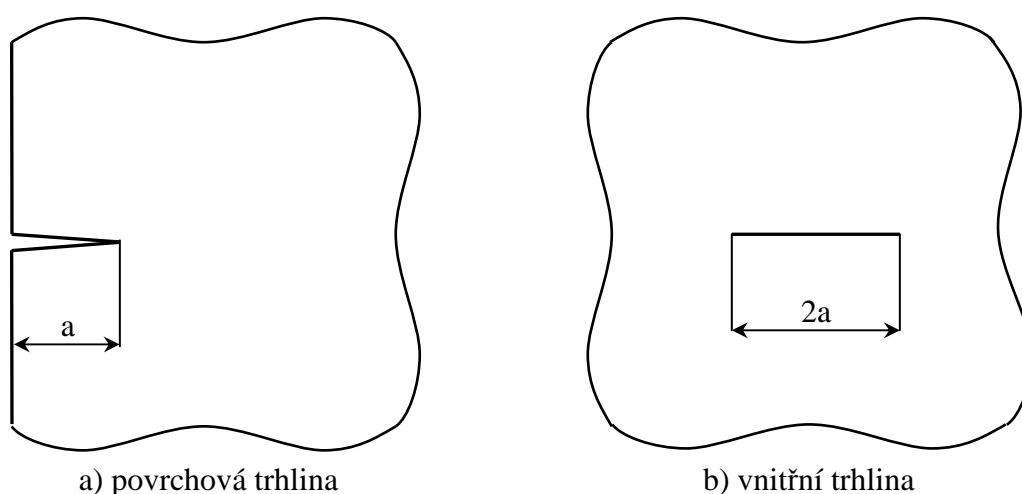
$$K_{II} = \tau_{II} \sqrt{\pi a Y_{II}}, \quad (1b)$$

$$K_{III} = \tau_{III} \sqrt{\pi a Y_{III}}, \quad (1c)$$

kde  $\sigma$ ,  $\tau$  jsou napětí od zátěžných veličin,

$Y_i$  jsou funkce tvaru a způsobu zatížení trhliny,

$a$  je délka trhliny pro povrchové trhliny a polovina délky trhliny pro vnitřní trhliny, což je patrné z obrázku níže.



**Obr. 2 – Schéma povrchové a vnitřní trhliny**

Pro kombinované namáhání složené z některých ze tří (popřípadě všech) způsobů platí:

$$K_{red} = \sqrt{K_I^2 + 3(K_{II}^2 + K_{III}^2)}, \quad (2)$$

kde  $K_I = K_{ITAH} + K_{IOHYB}$ .

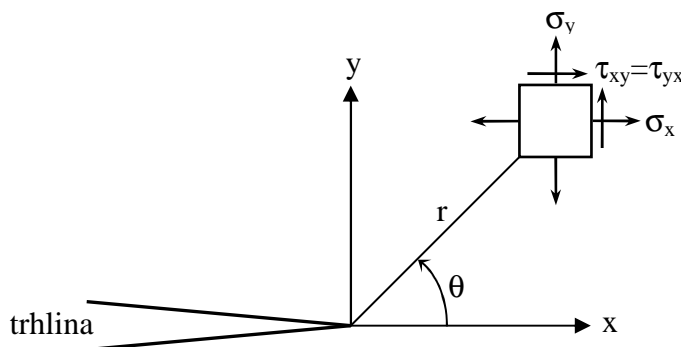
Jako kritická hodnota pro posouzení, zdali je trhlina přípustná či ne, se používá lomová houževnatost materiálu  $K_{IC}$ .

Aby nedocházelo k šíření trhliny, musí být lomová houževnatost  $K_{IC}$  větší než celkový (redukovaný) faktor intenzity napětí  $K_{red}$ .

Lomová houževnatost je konstanta pro daný materiál a pro danou teplotu.

### 3.3 Popis napjatosti

Napěťová oblast v okolí kořene trhliny je popsána pomocí veličin polárního souřadnicového systému  $r$  a  $\theta$  (obr. 3).



**Obr. 3 – Napjatost v okolí kořene trhliny**

Byly odvozeny vztahy, které popisují tuto napěťovou oblast pro všechny tři způsoby zatížení. Jako příklad jsou zde uvedeny vztahy pro napěťovou oblast prvního způsobu zatížení. Pro první způsob zatížení jsou složky napětí vyjádřeny následujícími vztahy:

$$\sigma_x = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right), \quad (3a)$$

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right), \quad (3b)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2}, \quad (3c)$$

$K_I$  je faktor intenzity napětí pro první způsob zatížení.

Pro hlavní napětí platí známý vztah odvozený z Mohrovy kružnice:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left( \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2}, \quad (4)$$

$\sigma_3 = 0$  ... pro stav rovinné napjatosti,

$\sigma_3 = \mu(\sigma_1 + \sigma_2)$  ... pro stav rovinné deformace,  $\mu$  je Poissonovo číslo.

Mělo by být zmíněno, že na povrchu tělesa se předpokládá stav rovinné napjatosti a s narůstající hloubkou převládá stav rovinné deformace.

Redukované napětí dle Huber Mises Henckyho je dáno výrazem:

$$\sigma_{red} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}. \quad (5)$$

### 3.4 Kritérium Riceova J-integrálu

J-integrál je v poslední době jeden z nejpoužívanějších parametrů lomové mechaniky.

Vyjádříme-li energetickou bilanci pod křivkou ohraničující oblast čela trhliny (obr. 4), po úpravách dojdeme ke vztahu, který určuje J integrál:

$$J = \int_{\Gamma} W dy - \int_{\Gamma} \bar{T} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} ds. \quad (6)$$

$\Gamma$  je libovolná křivka, která ohraničuje oblast v okolí čela nebo kořene trhliny (viz. obr. 4).

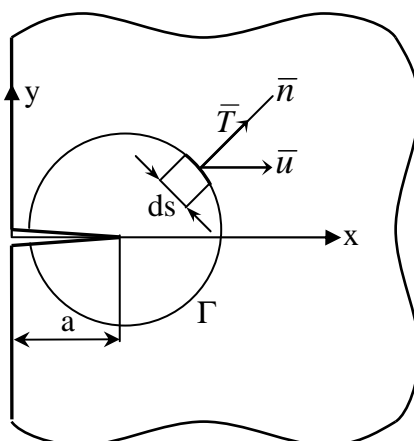
$W$  je hustota deformační energie,

$\bar{T}$  je vektor sil působící ve směru normály ke křivce  $\Gamma$ ,

$\bar{n}$  je normála ke křivce  $\Gamma$ ,

$\bar{u}$  je vektor posunutí,

$ds$  je element křivky.



Obr. 4 – Okolí kořene trhliny

Bylo odvozeno [1], že J integrál je přímo úměrný druhé mocnině faktoru intenzity napětí.

Mezi J-integrálem a faktorem intenzity napětí  $K_I$  platí známý vztah:

$$J_I = \frac{K_I^2}{E^*} \quad (7)$$

kde  $E^* = E$  pro stav rovinné napjatosti, (8a)

$$E^* = \frac{E}{1-\mu^2} \text{ pro stav rovinné deformace.} \quad (8b)$$

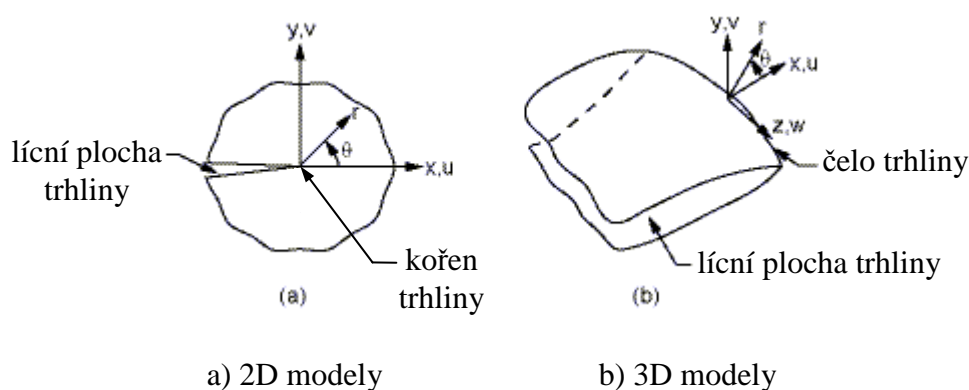
Ze vztahu (7) se vyjádří faktor intenzity napětí:

$$K_I = \sqrt{J_I \cdot E^*}. \quad (9)$$

## 4 Numerické řešení problémů lomové mechaniky

Numerické řešení problémů lomové mechaniky je provedeno pomocí metody konečných prvků. Všechny úlohy v této práci byly řešeny v softwarovém programu ANSYS 11.0. U všech řešení je použit materiál lineární, elastický, isotropní o modulu pružnosti v tahu  $E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ MPa}$  a Poissonově číslu  $\mu = 0,3$  [-].

Pomocí metody konečných prvků jsou řešeny jak rovinné, tak i prostorové trhliny.



**Obr. 5 – 2D a 3D trhliny**

V okolí čela trhliny se vyskytují velké gradienty napětí. Tyto gradienty jsou závislé na materiálu, geometrii a dalších faktorech. Abychom zachytili tyto napěťové a deformační oblasti, je nutné v této oblasti vytvořit dostatečně jemnou síť v okolí čela trhliny.

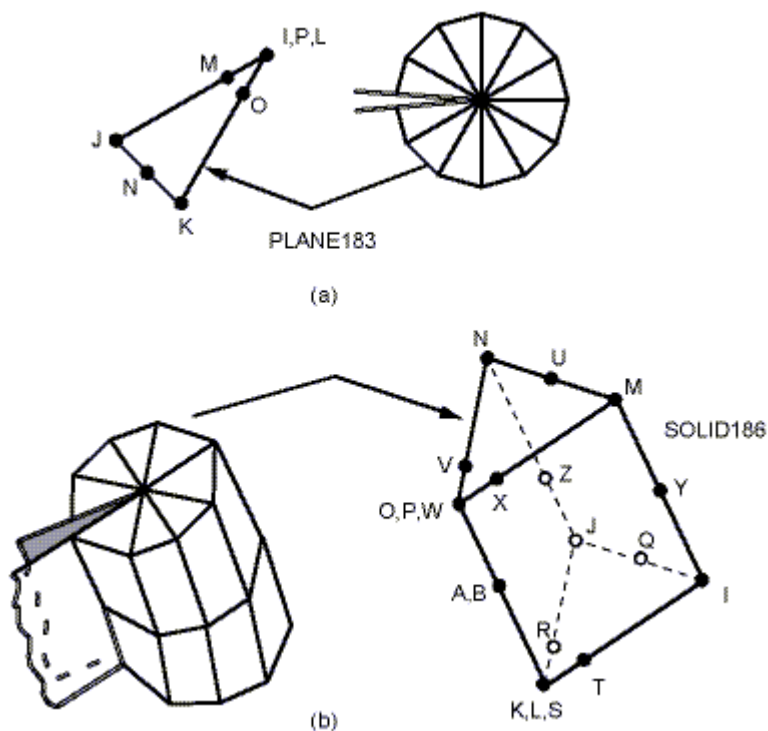
Pro lineární elastické problémy se napětí a poměrné deformace v blízkosti čela nebo hranice trhliny mění se singularitou podle výrazu  $1/\sqrt{r}$ , kde  $r$  je vzdálenost od čela trhliny (viz. rovnice (3 a)-c)).

Pro konečnoprvkové modelování se v této oblasti používají takzvané singulární prvky (elementy), které mají tu vlastnost, že se jejich meziuzly dokážou přiblížit k jednomu vrcholu elementu, což při tvorbě sítě těmito prvky způsobí koncentraci uzlů v okolí zvoleného bodu.

Pro vytvoření sítě v okolí kořene (vrcholu) trhliny se používá příkaz KSCON, který umožňuje dostatečné zjemnění sítě v okolí zvoleného bodu odpovídajícímu vrcholu trhliny. Tento příkaz automaticky generuje singulární elementy okolo zadaného bodu (vrcholu). Nevýhodou je, že se tento příkaz dá použít jen u plošné sítě.

Pro tvorbu sítě kolem čela trhliny ve 3D úlohách (prostorových) je vhodné vytvořit tunel, který je vytažen z plošné sítě vytvořené pomocí příkazu KSCON. Tento postup je použit v kapitole 7 na straně 36, tunel je zobrazen v obr. 31, str. 37.

Rovinné i prostorové singulární elementy jsou zobrazeny v obrázku 6.



Obr. 6 – Singulární elementy pro a) 2D modely a b) 3D modely

## Typy prvků

Vyhodnocení faktoru intenzity napětí podporují následující typy elementů:

- PLANE182
- PLANE183
- SOLID185
- SOLID186
- SOLID187

## 4.1 Výpočet lomových parametrů

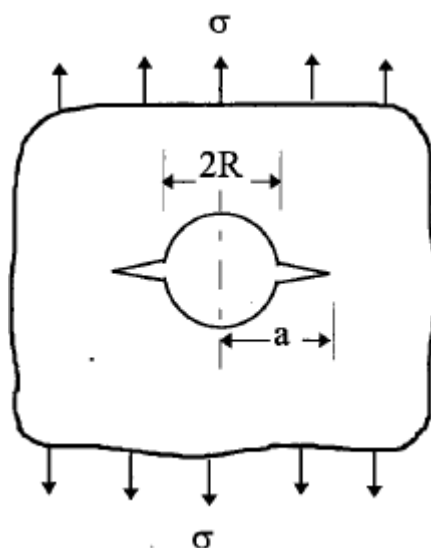
Program ANSYS umožňuje vypočítat:

- J-Integrál
- Faktory intenzity napětí ( $K_I$ ,  $K_{II}$ ,  $K_{III}$ )

Faktory intenzity napětí jsou vypočteny pomocí příkazu KCALC. Aby byl proveden výpočet J-integrálu, potřebujeme použít příkaz CINT. Postup obou typů výpočtů je vysvětlen u numerického řešení v kapitole 5. Bylo provedeno i porovnání obou typů výpočtů, a to jak u průchozí trhliny v kapitole 5, tak i u skutečné trhliny (nahrazené půlelipsou) v kapitole 7.

## 5 Trhlina v kruhovém otvoru v nekonečné desce

Jedná se o nekonečnou desku s průchozí trhlinou v kruhovém otvoru o poloměru  $R$ , která je zatížena tahovým napětím  $\sigma$  (obr. 7).



Obr. 7 – Schéma problému

Pro numerické řešení problému bylo provedeno zjednodušení, že byla nekonečná deska nahrazena čtvercovou deskou o rozměrech 400x400 mm. Byl vybrán otvor o poloměru  $R = 10$  mm. Čtvercová deska má mnohonásobně větší rozměry než trhlina, proto by měla být chyba výpočtu minimální. Chyba byla ověřena na výpočtu stejné trhliny v 5krát a 10krát větší desce, přičemž odchylka výsledků je zanedbatelná.

Byly vypočteny hodnoty faktoru intenzity napětí pro různé poměry  $a/R$  uvedené v tabulce 1 na straně 17.

## 5.1 Analytické řešení

Pro faktor intenzity napětí platí dle [8] následující vztah:

$$K_I = f\left(\frac{a}{R}\right)\sigma\sqrt{\pi a} \quad , \quad (10)$$

kde hodnoty  $f\left(\frac{a}{R}\right)$  jsou uvedeny v tabulce níže dle [8] a nahrazují funkci tvaru a způsobu zatížení trhliny  $Y_I$ .

**Tab. 1**

$\frac{a}{R}$	$f\left(\frac{a}{R}\right)$
1,01	0,3256
1,02	0,4514
1,04	0,6082
1,06	0,7104
1,08	0,7843
1,1	0,84
1,2	0,9851
1,25	1,0168
1,3	1,0358
1,4	1,0536
1,8	1,0495

Jako příklad je zde uveden výpočet faktoru intenzity napětí pro:

poměr  $a/R = 1,2$ ,

$R = 10 \text{ mm}$ ,

$\sigma = 50 \text{ MPa}$ .

Byla vyhledána hodnota pro daný poměr  $f\left(\frac{a}{R}\right) = 0,9851$

a vypočten faktor intenzity napětí dle vztahu (10):

$$\underline{\underline{K_I = 302,424 \text{ MPa}\sqrt{\text{mm}} \quad .}}$$

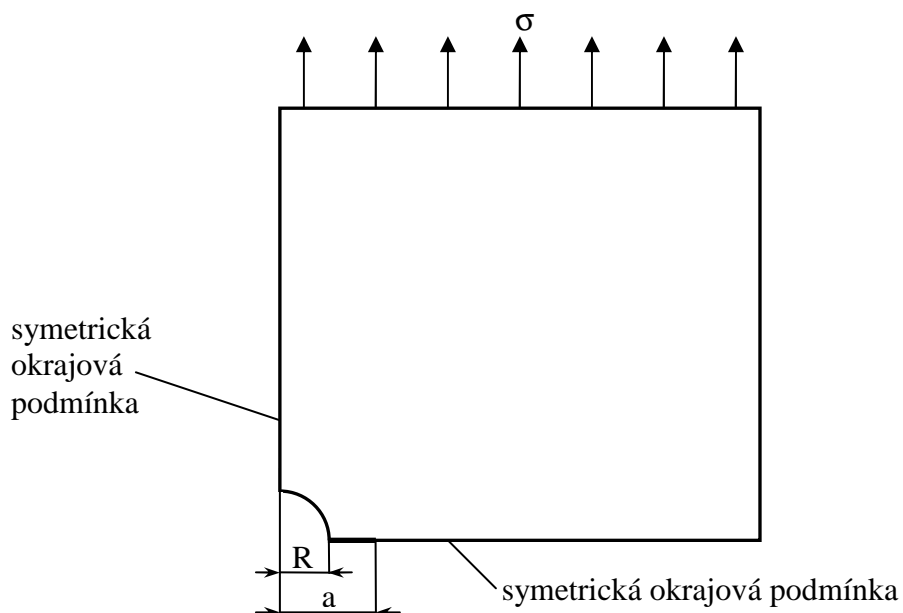


## 5.2 Numerické řešení pomocí metody konečných prvků

Tato úloha byla vyřešena jako rovinný problém. Úloha byla parametrizována, aby bylo možno provádět výpočty pro různé poměry  $\left(\frac{a}{R}\right)$ .

Pro výpočty bylo použito makro, které je obsaženo v příloze (příloha 1). Pro názornost je řešení úlohy popsáno pro stejnou trhlinu jako u analytického příkladu. Postup je stejný u všech poměrů délek trhlin vůči otvoru, docházelo pouze ke změně při tvorbě sítě v blízkosti kořene trhliny.

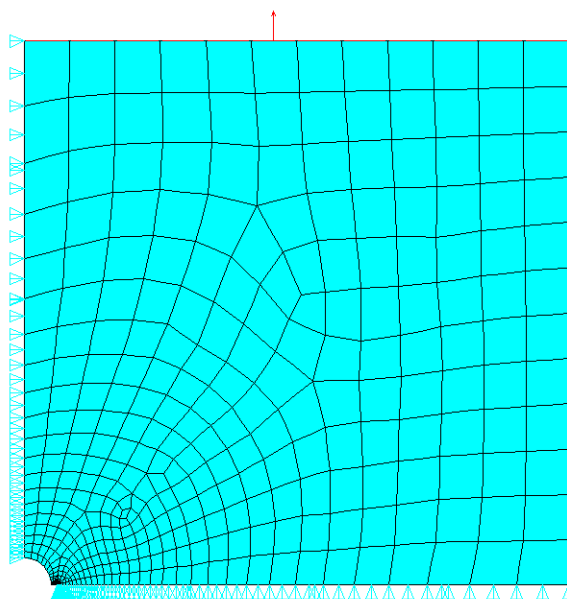
V této úloze lze dvakrát využít symetrie, pro tvorbu modelu tedy stačí čtvrtina desky, která je zobrazena na obrázku 8. Detailní zobrazení modelu u kořene trhliny je v obrázku 10, str.19.



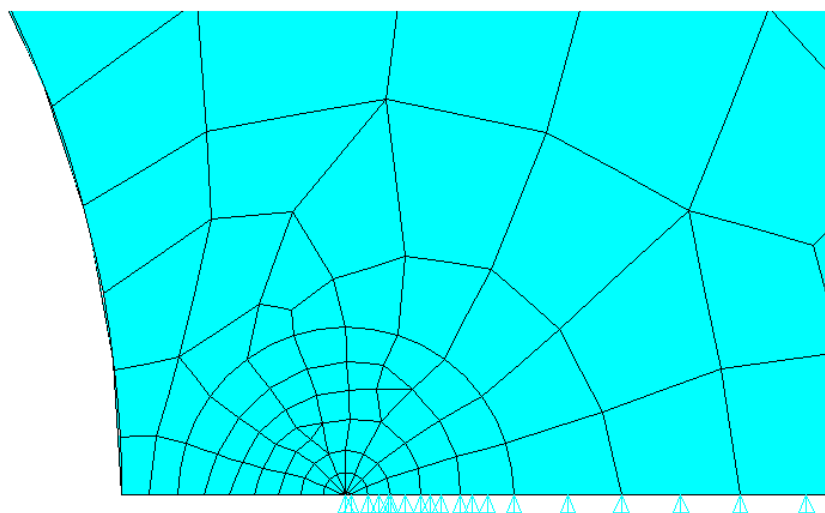
**Obr. 8 – Schéma čtvrtiny modelu**

### Tvorba sítě

Byla vytvořena síť tvaru půlkruhu v okolí kořene trhliny pomocí příkazu KSCON, který umožňuje dostatečné zjemnění sítě v okolí zvoleného bodu. Následně byl vysítován zbytek modelu (viz. makro – příloha 1). Vytvořená síť je na obrázku 9 na straně 19.



**Obr. 9 – Model včetně sítě a okrajových podmínek**



**Obr. 10 – Detailní zobrazení modelu v okolí kořene trhliny**

### Vyřešení úlohy

Po zadání okrajových podmínek se úloha vypočte jako statická analýza při použití výpočtu faktoru intenzity napětí pomocí příkazu KCALC nebo při použití výpočtu J-integrálu pomocí příkazu CINT. Oba typy výpočtů jsou popsány v podkapitolách 5.2.1 a 5.2.2.

### 5.2.1 Výpočet faktoru intenzity napětí pomocí KCALC

Při výpočtu faktoru intenzity napětí je možné postupovat následovně:

- definice lokálního souřadnicového systému čela trhliny

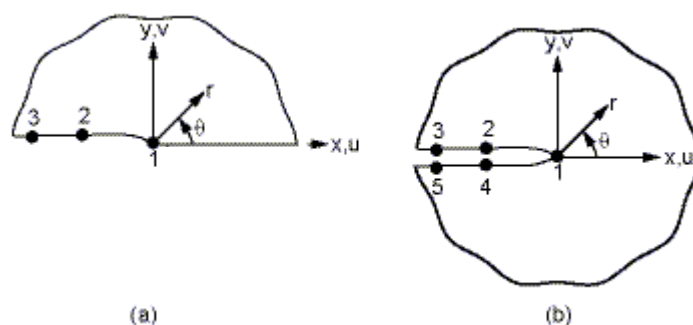
- V případě průchozí trhliny (tuto problematiku je možno řešit jako 2D úlohu) je nutno zvolit počátek nového souřadnicového systému v kořeni trhliny. Orientace os tohoto souřadnicového systému musí být v souladu s obrázkem 11.
- V případě reálné trhliny (tuto problematiku je nutno řešit jako 3D úlohu) je nutno zvolit počátek nového souřadnicového systému v libovolném bodě, který leží na křivce určující čelo trhliny. Orientace souřadnicových os musí být v souladu s obrázkem 5 (b), str. 14. Trhlina je situována v rovině x-z, kde osa x určuje směr, ve kterém by docházelo k šíření trhliny, osa y je normála trhliny.

Případ a) je použit v této a v 6. kapitole, případ b) je použit u reálné trhliny v 7. kapitole.

Takto daný souřadnicový systém navíc musí být souřadnicový systém aktivního modelu (CSYS) a souřadnicový systém výsledků (RSYS). V tomto příkladě se nachází v kořeni trhliny uzel č. 2 (obr. 12, str. 21), do kterého byl nadefinován lokální souřadnicový systém s požadovanou orientací os.

- definování cesty podél lící plochy trhliny

Prvním uzlem je uzel v kořeni trhliny. V případě symetrického modelu jsou požadovány další dva přídatné uzly, pro celý model jsou požadovány další 4 uzly tak, jak je to zobrazeno v obrázku 11.



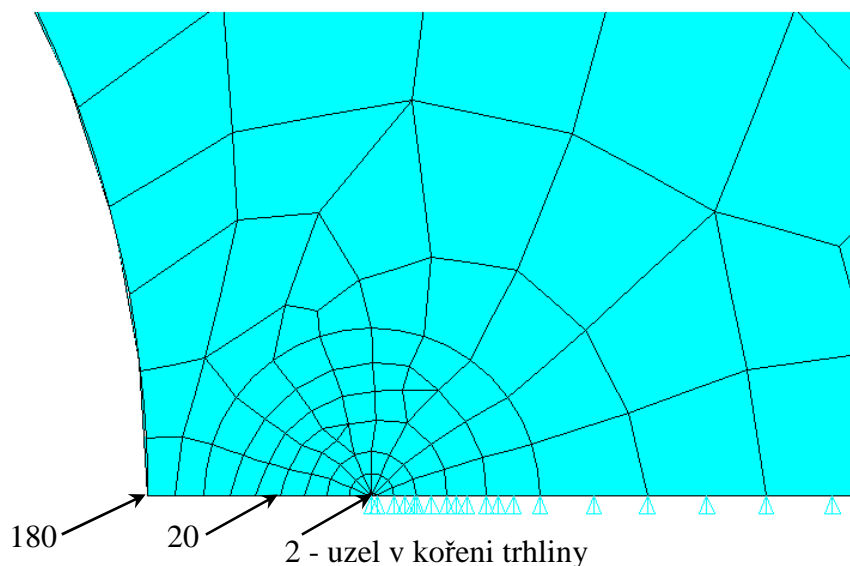
a) poloviční model

b) celý model

**Obr. 11 – Zobrazení uzlů pro definici cesty a směrů os lokálního souřadnicového systému**

Při výběru uzlů pro definování cesty je vhodné použít uzly pokud možno od sebe téměř stejně vzdálené a co nejdále od sebe (viz. obr. 11 (a), str. 20). Výsledky jsou poté mnohem přesnější, než kdyby ležely některé z vybraných uzlů např. blízko sebe.

Pro definici cesty tohoto příkladu byly vybrány uzly č. 2, 20 a 180, které jsou označeny v obrázku 12.



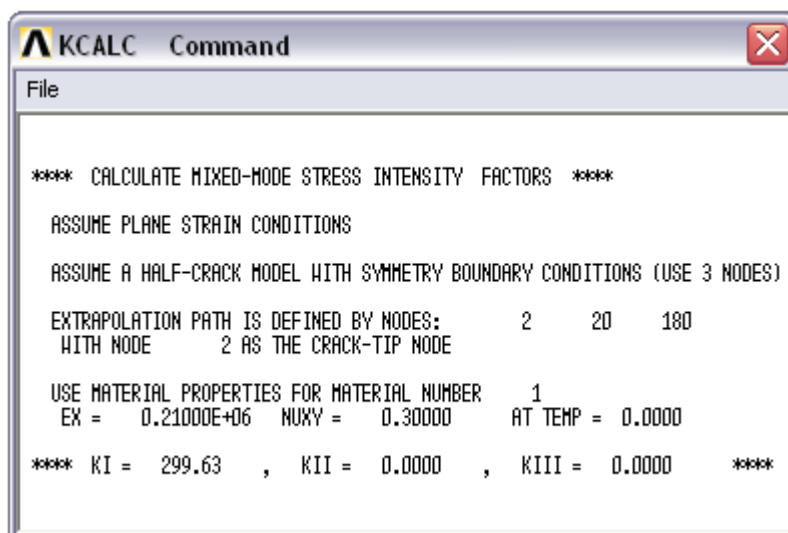
**Obr. 12 – Zobrazení číselného označení použitých uzlů**

- vlastní výpočet faktoru intenzity napětí

Zde lze zvolit, zdali se jedná o stav rovinné deformace nebo stav rovinné napjatosti.

Jak již bylo řečeno, na povrchu tělesa se nachází stav rovinné napjatosti a s narůstající hloubkou převládá stav rovinné deformace. Jelikož se jedná o trhlinu uvnitř desky, úloha je řešena jako problém rovinné deformace.

Zadané vstupní hodnoty a získané výsledky jsou viditelné v obrázku 13 na další straně.



Obr. 13 – Výpis vstupních hodnot pro výpočet faktoru intenzity napětí včetně výsledků

### 5.2.2 Řešení $K_I$ pomocí Riceova J-integrálu

Výpočet J-integrálu se provádí pomocí příkazu CINT.

**Pro výpočet J-integrálu je nutné zadat:**

- definice nového výpočtu
- výběr uzlů definujících čelo nebo kořen trhliny

V tomto případě je vybrán jediný uzel č.2 nacházející se v kořeni trhliny.

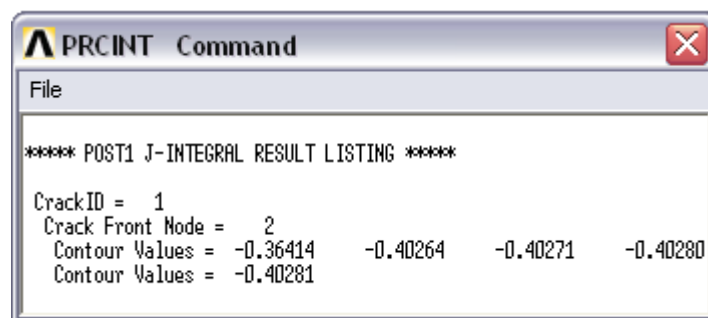
- směr normály k trhlíně

Zde platí stejná pravidla pro normálu k trhlíně stejně jako u příkazu KCALC.

- počet obrysů
- zdali se jedná o symetrickou úlohu

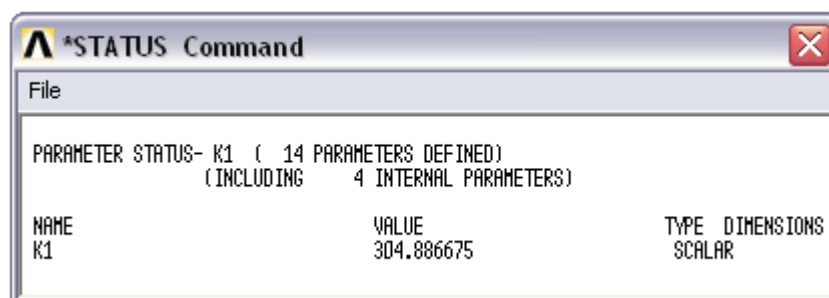
Jelikož byla vymodelována pouze čtvrtina desky, je nutné zadat, že se jedná o symetrickou úlohu.

Požadované vstupní hodnoty jsou popsány v nápovědě programu ANSYS [15]. Po nadefinování těchto potřebných vstupních hodnot zjistíme příkazem PRCINT (obr. 14) hodnoty J-integrálu pro tento rovinný případ v jediném uzlu č.2 (obr. 12, str. 21) definujícím kořen trhliny. Z obr. 14 je zřejmé, že vypočtené hodnoty J-integrálu se ve čtvrtém a pátém kroku výpočtu od sebe téměř neliší. Pro výpočet faktoru intenzity napětí bylo použito  $|J| = 0,40281 \text{ MPa} \cdot \text{mm}$ .



**Obr. 14 – Hodnoty J-integrálu**

Poté se provede přepoččet na faktor intenzity napětí dle vztahu (9). Trhlina se nachází uvnitř desky, proto je použit přepoččet z J-integrálu na faktor intenzity napětí pomocí vztahu pro stav rovinné deformace.



**Obr. 15 – Výpis hodnot  $K_I$**

### 5.3 Porovnání obou typů výpočtů a dosažených výsledků

Provede-li se porovnání obou typů výpočtů, zjistíme, že pro průchozí trhliny jsou si oba typy výpočtů podobné z hlediska přesnosti, protože nás zajímá hodnota faktoru intenzity napětí  $K_I$  v kořeni trhliny, což je zpravidla jeden uzel.

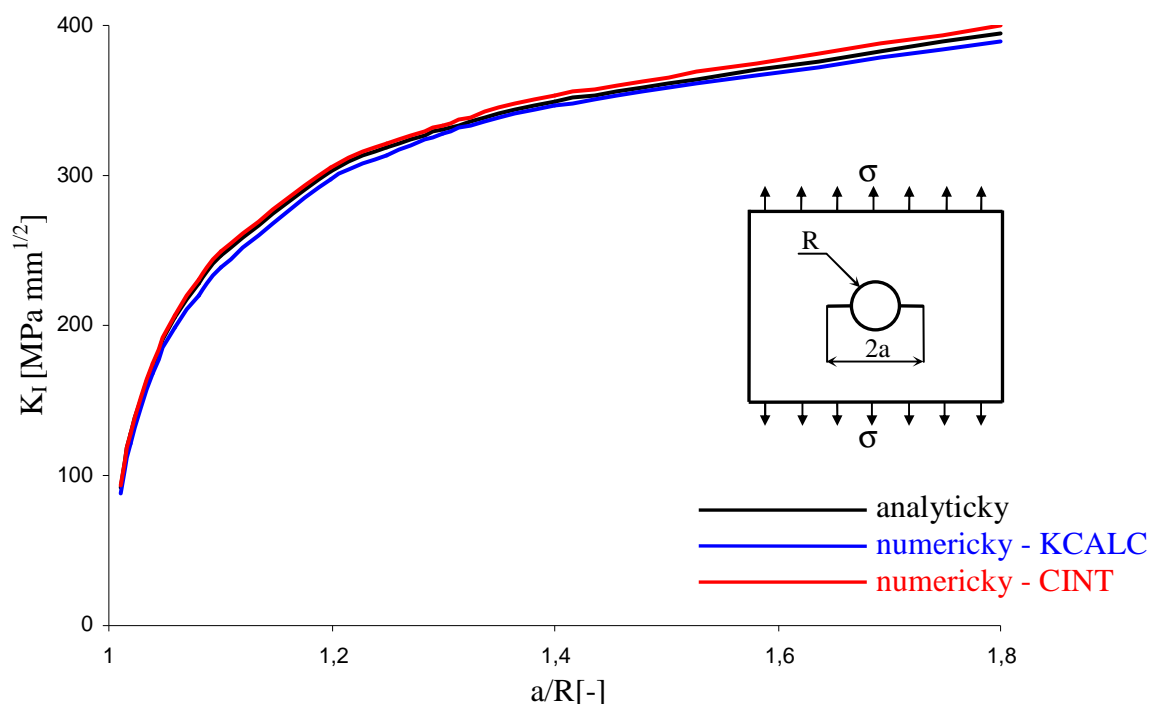
Pro danou trhlinu ( $a/R = 1,2$ ) jsou porovnány hodnoty získané oběma numerickými metodami s analytickým výpočtem.

**Tab. 2**

	Analytické řešení	Příkaz KCALC	Příkaz CINT
$K_I [MPa\sqrt{mm}]$	302,424	299,627	304,887

Srovnáme-li výsledky analytického řešení s výsledky numerickými, zjistíme, že faktor intenzity napětí vypočtený pomocí J-integrálu pomocí CINT je mírně přesnější než hodnota  $K_I$  získaná příkazem KCALC. Odchylka numerických výpočtů od analytického nepřesáhla 1 %, výsledky jsou považovány za velmi přesné.

Zobrazení průběhu faktoru intenzity napětí s nárůstem poměru  $a/R$  je uvedeno na obr. 16.

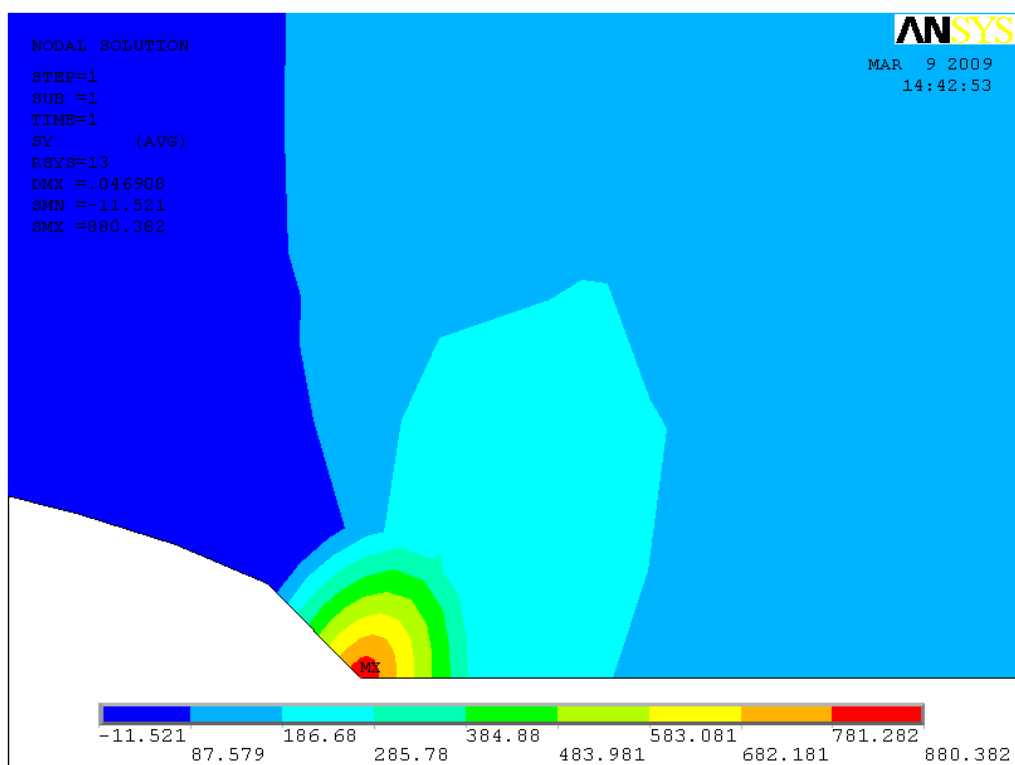


**Obr. 16 – Zobrazení průběhu faktoru intenzity napětí s nárůstem poměru  $a/R$   
(se zvětšující se délkou trhliny)**

Z průběhu je patrné, že odchylka numerických výpočtů od analytického řešení je poměrně malá. Pokud vyhledáme maximální odchylku numerického výpočtu pomocí příkazu CINT od analytického řešení, maximální odchylka nabývá hodnoty cca 1,5 %. To může být způsobeno numerickou chybou, výsledky považujeme za velmi přesné.

Pokud se zaměříme na numerické výsledky získané příkazem KCALC, maximální odchylka je cca 5,6 % a výsledky jsou považovány za správné. Tyto chyby (odchylky) jsou poměrně malé, neboť obvykle jsou u numerických metod pro tyto typy výpočtů přijatelné i chyby větší.

Průběh napětí  $\sigma_y$  v okolí kořene trhliny je zobrazen na obrázku 17. Je zřejmé, že dochází k rychlému poklesu od kořene trhliny.

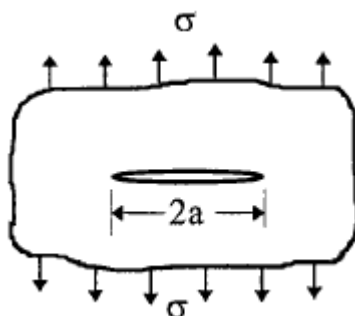


Obr. 17 – Průběh napětí  $\sigma_y$  [MPa] v okolí kořene trhliny desky s otvorem



## 6 Trhlina v nekonečné desce

Jedná se o nekonečnou desku s průchozí trhlinou, která je zatížena tahovým napětím  $\sigma$ .



Obr. 18 – Schéma problému

Pro numerické řešení problému bylo provedeno stejné zjednodušení jako u předchozího případu a to, že byla nekonečná deska nahrazena čtvercovou deskou o rozměrech 400x400 mm.

Aby bylo možné porovnat výsledky s předchozím příkladem, byly uvažovány trhliny stejných délek (viz. tabulka 3).

Tab. 3

$a [mm]$	10,1	10,2	10,4	10,6	10,8	11	12	12,5	13	14	18
----------	------	------	------	------	------	----	----	------	----	----	----

### 6.1 Analytické řešení

Pro faktor intenzity napětí platí dle [8] vztah:

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} . \quad (11)$$

Pro nekonečnou desku je funkce tvaru a způsobu zatížení trhliny  $Y_I = 1$ . To znamená, že pokud máme konstantní zatížení, faktor intenzity napětí je závislý na velikosti trhliny a bude s rostoucí velikostí trhliny narůstat podle  $\sqrt{a}$ .

Jako příklad je zde uveden výpočet faktoru intenzity napětí pro  $a = 12 mm$ .

Tahové napětí  $\sigma = 50 MPa$ .

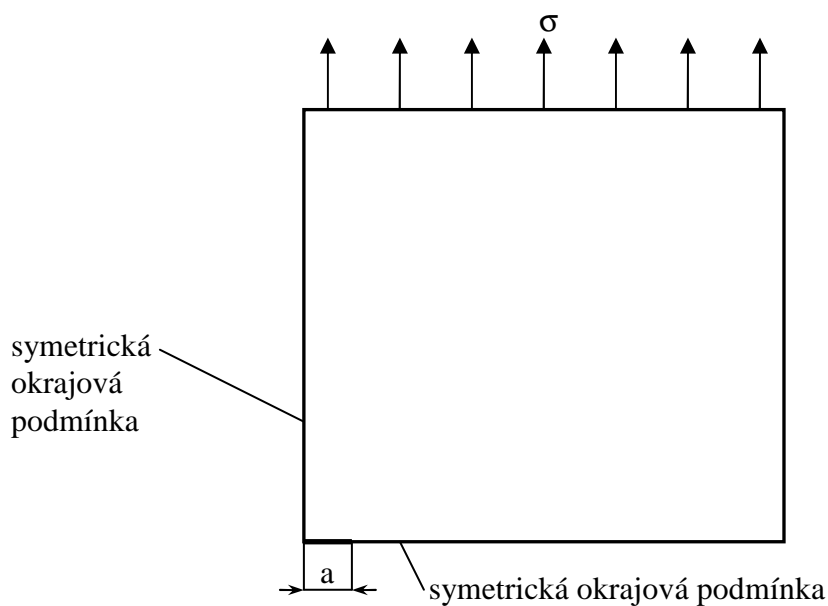
Po dosazení do (11) je hodnota faktoru intenzity napětí:

$$\underline{\underline{K_I = 306,998 MPa \sqrt{mm} .}}$$

## 6.2 Numerické řešení pomocí metody konečných prvků

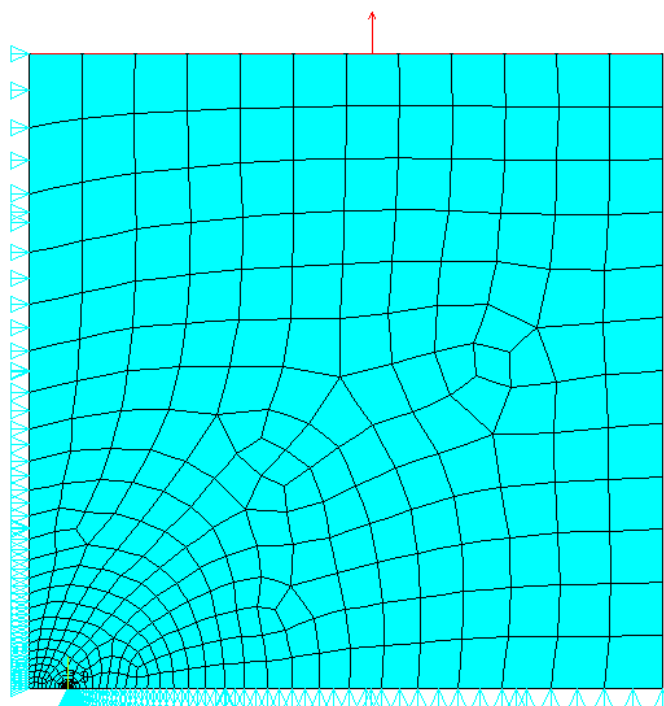
Tato úloha byla vyřešena jako rovinný problém. Úloha byla také parametrizována, aby bylo možno provádět výpočty pro různé velikosti trhlin. Pro výpočty bylo použito makro, které je obsaženo v příloze (příloha 2).

Pro názornost je řešení úlohy popsáno pro stejnou trhlinu jako u analytického postupu. Postup je stejný u všech velikostí trhlin. V této úloze lze dvakrát využít symetrie, proto pro tvorbu modelu opět stačí čtvrtina desky, která je zobrazena na obrázku 19.

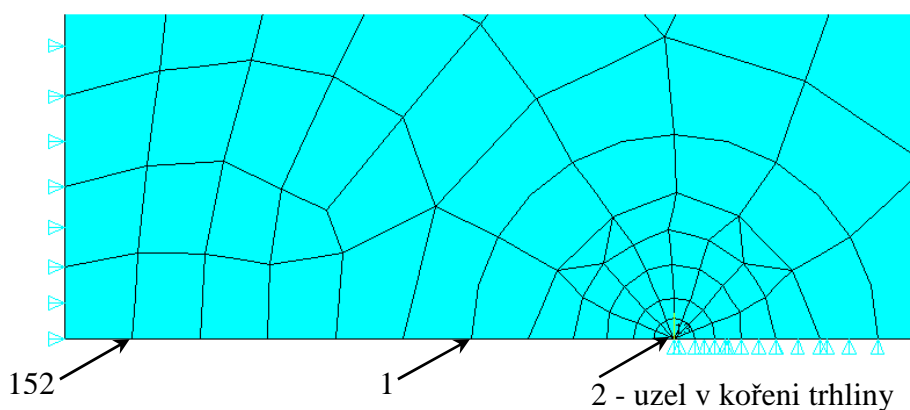


**Obr. 19 – Schéma čtvrtiny desky s trhlinou**

Po vytvoření modelu byla vytvořena síť v okolí kořene trhliny se stejnými vlastnostmi jako v kapitole 5, následně byl vysítován zbytek modelu a zadány okrajové podmínky.



**Obr. 20 – Model včetně sítě a okrajových podmínek**

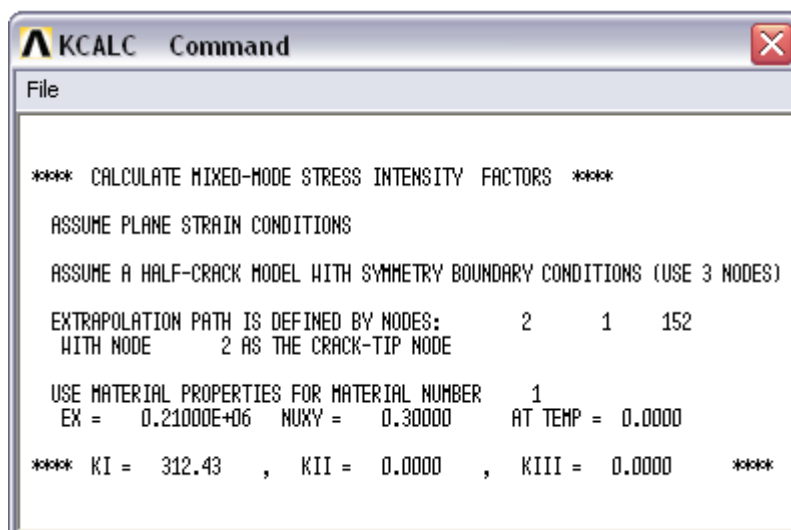


**Obr. 21 – Detail modelu v okolí kořene trhliny včetně číselného označení použitých uzlů**

Po zadání okrajových podmínek se provede výpočet faktoru intenzity napětí pomocí příkazu KCALC a pomocí příkazu CINT.

### Výpočet pomocí KCALC

Výpočet faktoru intenzity napětí pomocí KCALC je popsán na stranách 20 a 21, v podkapitole 5.2.1. Požadované vstupní hodnoty jsou viditelné v obrázku 22. Úloha je řešena jako problém rovinné deformace. V tomto příkladě byly pro definici cesty vybrány uzly č. 2, 1 a 152, které jsou označeny v obrázku 21.



```

KCALC Command
File
**** CALCULATE MIXED-MODE STRESS INTENSITY FACTORS ****

ASSUME PLANE STRAIN CONDITIONS

ASSUME A HALF-CRACK MODEL WITH SYMMETRY BOUNDARY CONDITIONS (USE 3 NODES)

EXTRAPOLATION PATH IS DEFINED BY NODES:      2      1      152
WITH NODE      2 AS THE CRACK-TIP NODE

USE MATERIAL PROPERTIES FOR MATERIAL NUMBER      1
EX = 0.21000E+06  NUXY = 0.30000  AT TEMP = 0.0000

**** KI = 312.43 , KII = 0.0000 , KIII = 0.0000 ****

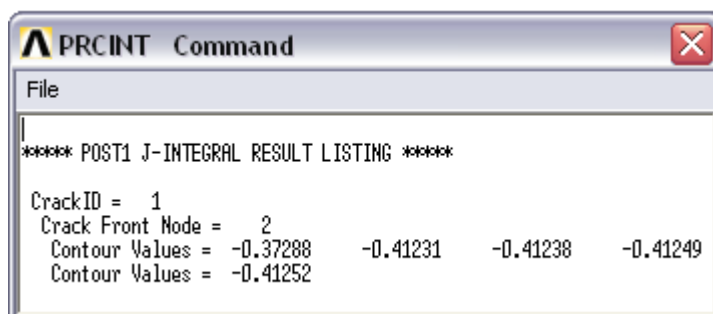
```

Obr. 22 – Výpis vstupních hodnot pro výpočet faktoru intenzity napětí včetně výsledků

### Řešení pomocí Riceova J-integrálu

Výpočet J-integrálu je proveden obdobně jako v podkapitole 5.2.2 (str. 21, 22).

Vylistují se hodnoty J-integrálu pomocí PRCINT a následně se provede přepoččet pro hodnotu J-integrálu pátého kroku výpočtu na  $K_I$  dle vztahu (9) pro stav rovinné deformace.



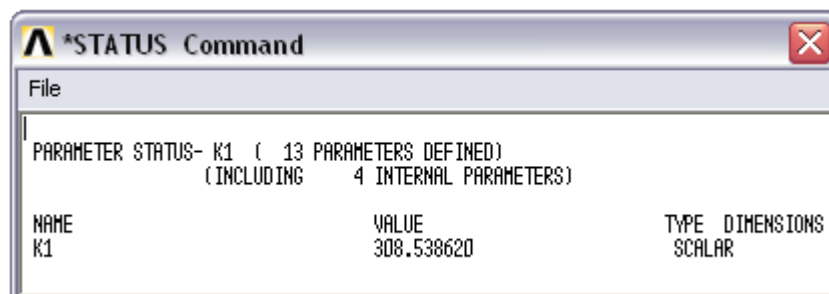
```

PRCINT Command
File
**** POST1 J-INTEGRAL RESULT LISTING ****

CrackID = 1
Crack Front Mode = 2
Contour Values = -0.37288  -0.41231  -0.41238  -0.41249
Contour Values = -0.41252

```

Obr. 23 – Hodnoty J-integrálu



```

*STATUS Command
File
PARAMETER STATUS- K1 ( 13 PARAMETERS DEFINED)
(INCLUDING 4 INTERNAL PARAMETERS)

NAME      VALUE      TYPE  DIMENSIONS
K1        308.538620  SCALAR

```

Obr. 24 – Výpis faktoru intenzity napětí  $K_I$

### 6.3 Srovnání výsledků

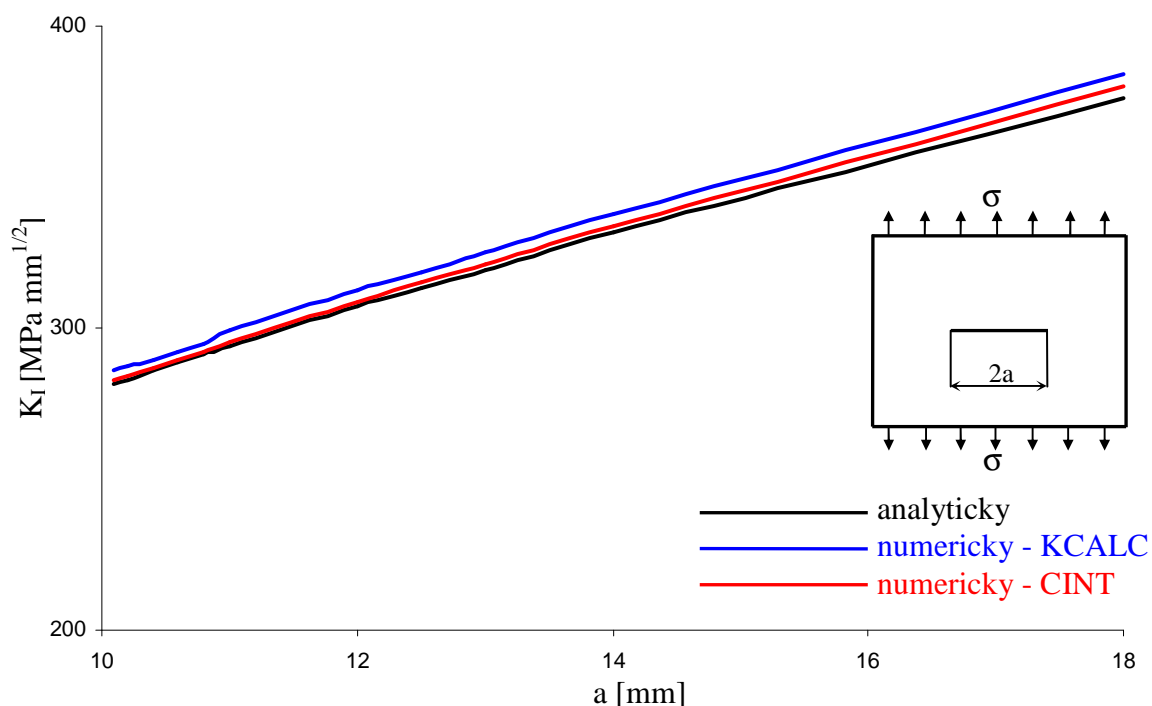
Porovnání dosažených výsledků pro  $a = 12 \text{ mm}$  je uvedeno v tab. 4.

**Tab. 4**

	Analytické řešení	Příkaz KCALC	Příkaz CINT
$K_I \text{ [MPa}\sqrt{\text{mm}}]$	306,998	312,426	308,539

Odchylka numerického výsledku získaného dle KCALC od analytického je cca 1,7 %, což znamená, že výsledky jsou dostatečně přesné. Hodnota  $K_I$  vypočtená pomocí CINT je ještě přesnější, odchylka je 0,5 %.

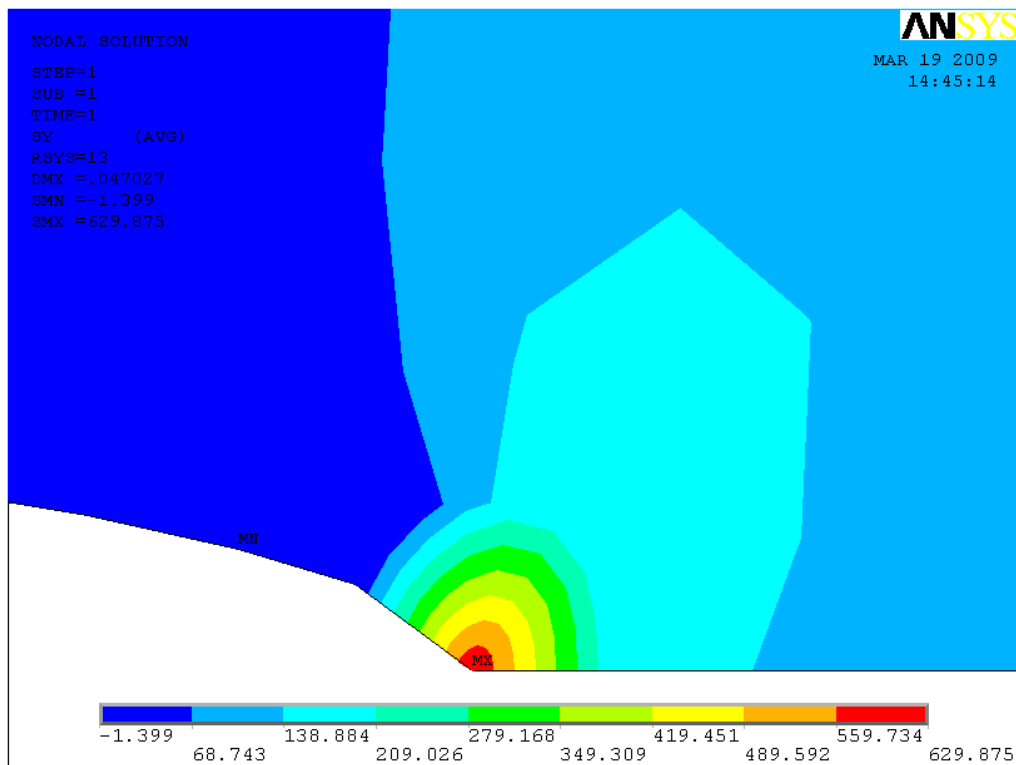
Grafické znázornění faktoru intenzity napětí v závislosti na velikosti trhliny je uvedeno v obrázku 25.



**Obr. 25 – Zobrazení průběhu faktoru intenzity napětí se zvětšující se délkou trhliny**

Dle analytických výpočtů narůstá faktor intenzity napětí se zvětšující se velikostí trhliny podle  $\sqrt{a}$ . Numericky získané výsledky se od analytických liší nepatrně a jsou považovány za správné. Maximální odchylka pro výpočty příkazem KCALC je 2,1 % a pro výsledky získané pomocí CINT je maximální odchylka 1,1 %.

Na obrázku 26 je vykreslen průběh napětí  $\sigma_y$  v okolí kořene trhliny. Lze vidět, že v kořeni trhliny dochází k velké koncentraci napětí.

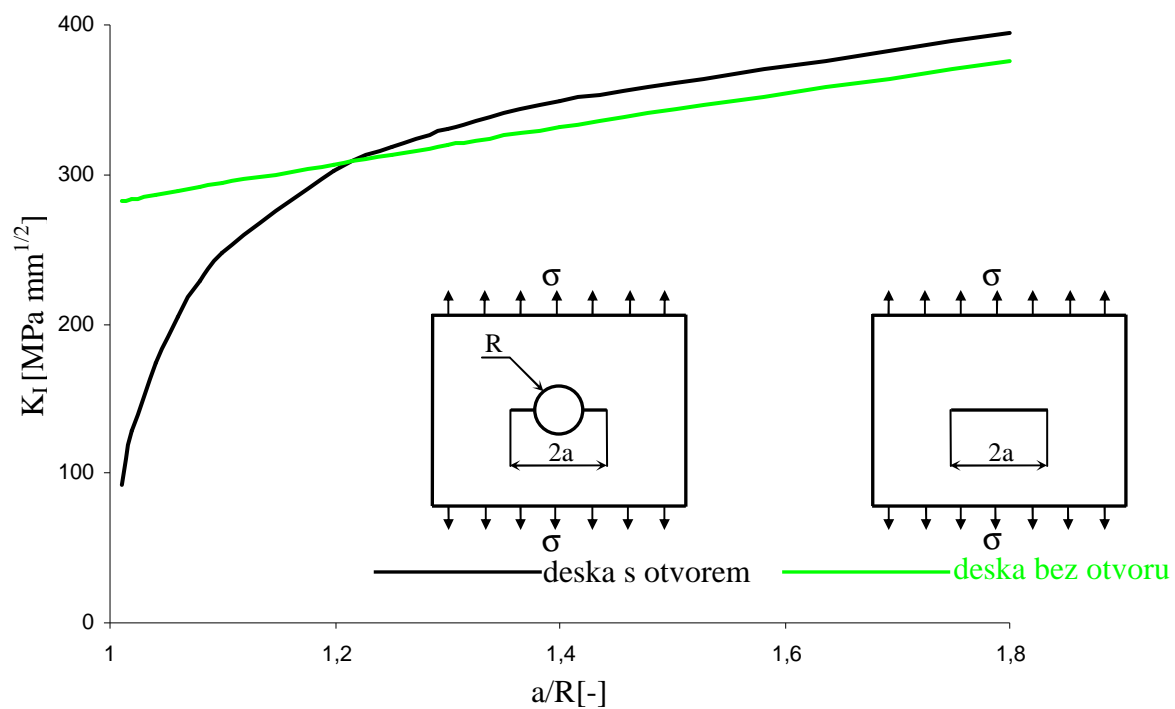


Obr. 26 – Průběh napětí  $\sigma_y$  [MPa] v okolí kořene trhliny

### Porovnání faktorů intenzity napětí desky s otvorem a bez otvoru

Porovnají-li se analytické průběhy  $K_I$  v nekonečné desce s centrální trhlinou s otvorem a bez otvoru se stejnou velikostí trhliny, faktor intenzity napětí desky s otvorem nabývá nižší hodnoty až do poměru  $a/R=1,2$  než bez otvoru (obrázek 27). Poté dochází k nárůstu hodnoty  $K_I$  nad křivku pro desku bez otvoru, což je v praxi nežádoucí. Trhlina bude mít tendenci se v tomto případě šířit rychleji, neboť dojde ke zvýšení hodnoty faktoru intenzity napětí cca o 5 %.

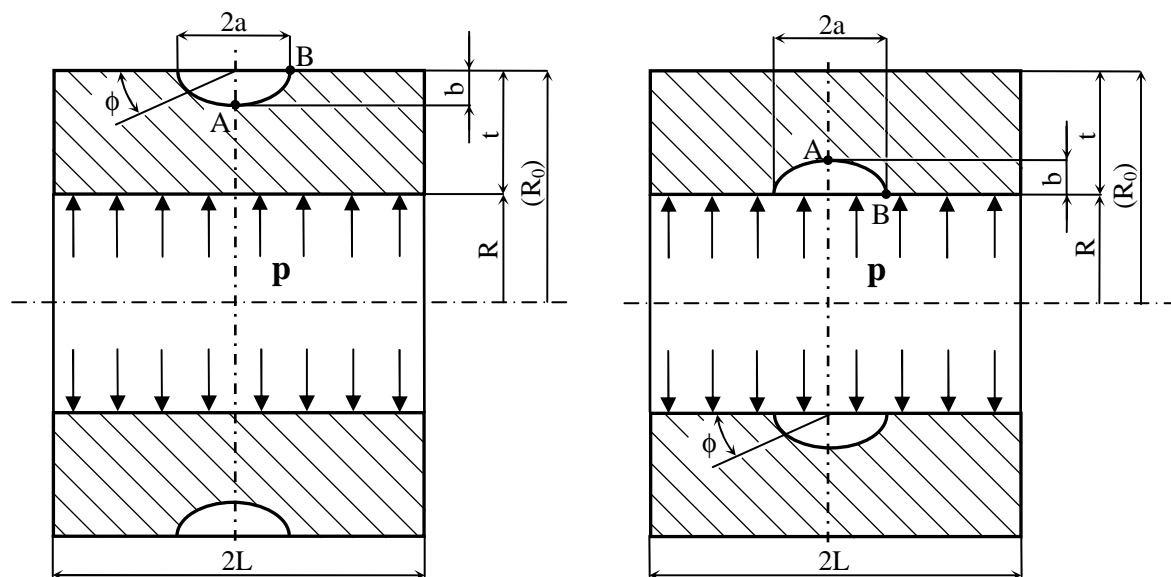
Jestliže by došlo k odvrtání trhliny dírou, musíme zaručit, že velikost trhliny nepřesáhne poměr  $a/R=1,2$ , jinak dojde ke zvýšení hodnoty faktoru intenzity napětí a trhlina by se šířila rychleji a odvrtání by bylo nežádoucí.



**Obr. 27 – Porovnání analyticky vypočteného  $K_I$  v desce s otvorem a bez otvoru**

## 7 Tlakové nádoby s povrchovou trhlinou

Jedná se o válcové nádoby zatížené vnitřním přetlakem. Jsou zde popsány výpočty faktoru intenzity napětí pro dvě trhliny v průřezu orientované naproti sobě, jak ukazuje obrázek níže. Problematika je vyřešena pro trhlinu situovanou na vnějším i na vnitřním povrchu. Trhlinu situovanou na vnitřním povrchu označme jako vnitřní povrchovou trhlinu a trhlinu situovanou na vnějším povrchu jako vnější povrchovou trhlinu.



Obr. 28 – Schéma nádob s dvěma trhlinami situovanými na vnějším a vnitřním povrchu

### 7.1 Analytické řešení

#### 7.1.1 Vnitřní povrchové trhliny

Vnitřní povrchové trhliny se počítají dle odkazu [3].

Pro faktor intenzity napětí v tomto případě platí:

$$K_I = \frac{pR}{t} \sqrt{\pi \frac{b}{Q}} F_i \left( \frac{b}{a}, \frac{b}{t}, \frac{t}{R}, \phi \right), \quad (12)$$

kde  $p$  je působící tlak,



$Q$  je druhá odmocnina z úplného eliptického integrálu druhého druhu, kterou lze pro tento případ aproximovat pomocí vztahu:

$$Q = 1 + 1,464 \left( \frac{b}{a} \right)^{1,65} . \quad (13)$$

$F_i$  je korekční součinitel.

$$F_i = \frac{t}{R} \left( \frac{R_0^2}{R_0^2 - R^2} \right) \left[ 2G_0 - 2\frac{b}{R}G_1 + 3\left( \frac{b}{R} \right)^2 G_2 - 4\left( \frac{b}{R} \right)^3 G_3 \right] \quad (14)$$

$G_0, G_1, G_2, G_3$  jsou koeficienty, které udávají vliv rozložení napětí a jsou uvedeny v tabulkách [3].

$a, b, t, R, R_0$  jsou rozměry, které jsou zobrazeny v obr. 28, str. 33,

$\phi$  je úhel vynášený od povrchu trhliny.

Vnitřní tlak působící na povrch trhliny je zahrnut v rovnici pro korekční součinitel  $F_i$ .

### 7.1.2 Vnější povrchové trhliny

Vnější povrchové trhliny se počítají obdobně jako vnitřní povrchové trhliny dle odkazu [3], dochází pouze ke změně výpočtu korekčního součinitele, který se v tomto případě počítá dle vztahu (16).

Faktor intenzity napětí se vypočte podle následujícího vztahu:

$$K_I = \frac{pR}{t} \sqrt{\pi \frac{b}{Q}} F_e \left( \frac{b}{a}, \frac{b}{t}, \frac{t}{R}, \phi \right) . \quad (15)$$

Pro korekční součinitel platí:

$$F_e = \frac{t}{R} \left( \frac{R^2}{R_0^2 - R^2} \right) \left[ 2G_0 + 2\frac{b}{R_0}G_1 + 3\left( \frac{b}{R_0} \right)^2 G_2 + 4\left( \frac{b}{R_0} \right)^3 G_3 \right] , \quad (16)$$

kde hodnoty  $G_0, G_1, G_2, G_3$  se opět vyhledají v tabulkách odkazu [3].

Pro názornost je zde uveden příklad pro výpočet faktoru intenzity napětí vnější povrchové trhliny v místě B (na povrchu) pro uvedené hodnoty:

$$R = 100 \text{ mm} ,$$

$$p = 5 \text{ MPa} ,$$

$$b / a = 1 ,$$

$$t / R = 0,25 ,$$

$$b / t = 0,5 .$$

Byly vyhledány hodnoty pro danou trhlínu v [3]:

$$G_0 = 1,286$$

$$G_1 = 0,243$$

$$G_2 = 0,096$$

$$G_3 = 0,051$$

Po dosazení do (16) byl vypočten korekční součinitel:

$$F_e = 1,16608 .$$

Poté se vypočte druhá odmocnina z úplného eliptického integrálu druhého druhu dle (13):

$$Q = 2,464 .$$

Faktor intenzity napětí v místě B na povrchu se vypočte dosazením do vzorce (15):

$$\underline{\underline{K_I = 93,1 \text{ MPa} \sqrt{\text{mm}} .}}$$

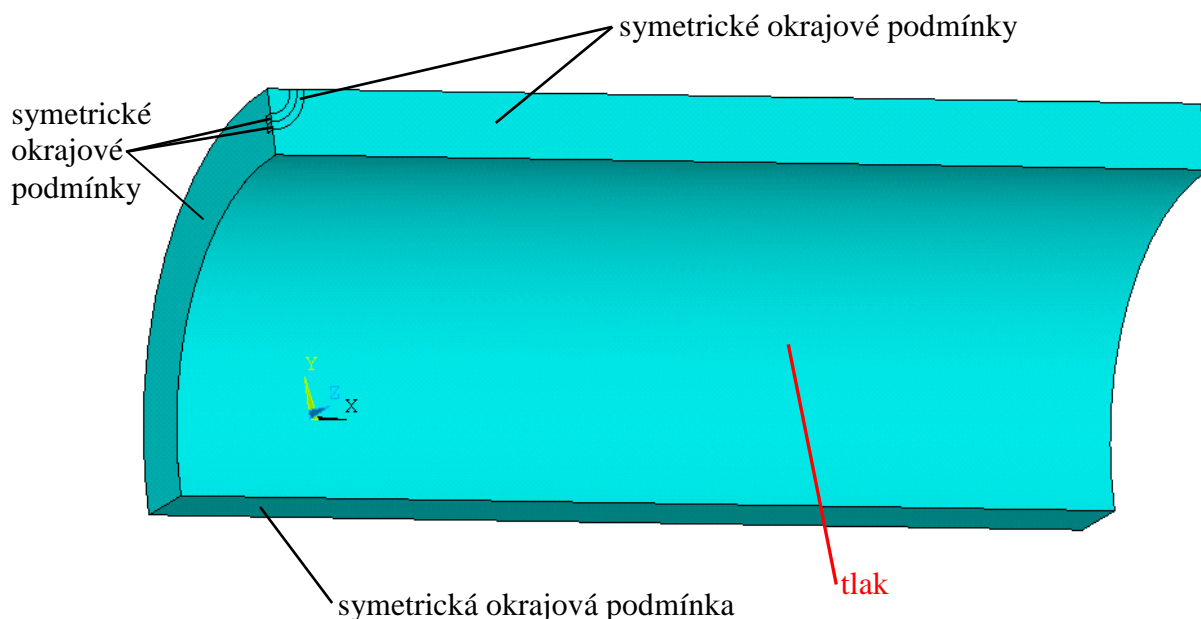
## 7.2 Numerické řešení

Výpočty jsou provedeny jak pro vnější, tak pro vnitřní povrchovou trhlínu. Úloha je parametrizována, aby bylo možné provádět výpočty pro různé konfigurace trhlín. Pro výpočty byla použita makra, která jsou obsažena v přílohách (příloha 3 a 4).

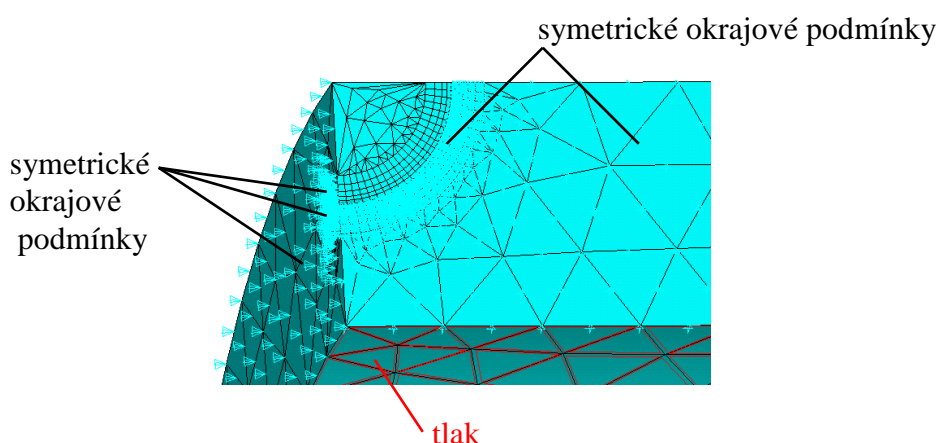
Pro názornost je řešení úlohy popsáno pro stejnou trhlínu jako u analytického postupu. Postup je stejný i u ostatních konfigurací trhlín (poměr os, změna tloušťky nádoby, atd.), docházelo pouze ke změně při tvorbě sítě tunelu např. díky velkým zakřivením či velkému počtu prvků úlohy.

Polovina délky nádoby byla zvolena  $L = 400 \text{ mm}$  .

U této úlohy lze využít toho, že je nádoba symetrická. Pro tvorbu modelu stačí osmina nádoby, která je zobrazena na obrázku 29.



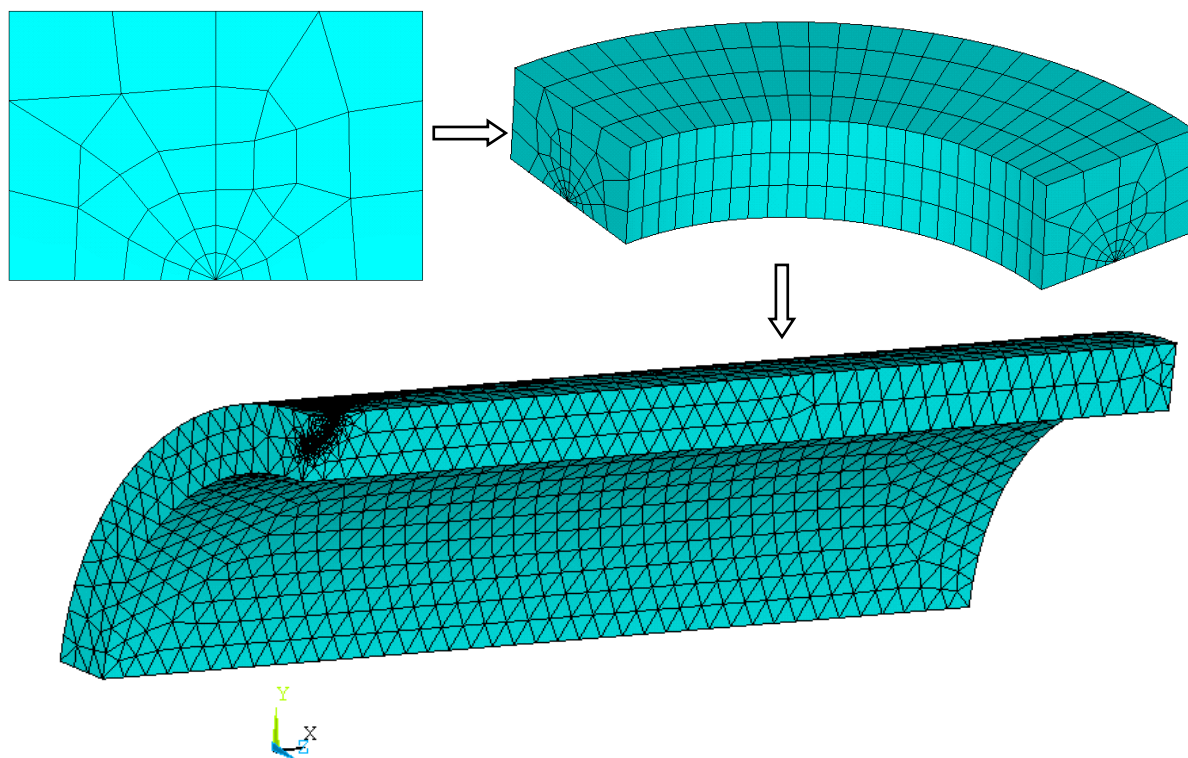
**Obr. 29 – Model osminy nádoby pro numerický výpočet**



**Obr. 30 – Detailní zobrazení modelu se zadanými okrajovými podmínkami v okolí čela trhliny**

I v této úloze byly použity singulární elementy, které byly popsány již dříve. Pro vytvoření sítě pomocí singulárních elementů kolem čela trhliny byl vytvořen tunel.

Nejprve byla vytvořena plošná síť prvkem mesh 200 na povrchu nádoby pomocí příkazu KSCON, který umožňuje dostatečné zjemnění sítě v okolí zvoleného bodu. Poté byl vysítován tunel vytažením z již vytvořené plošné sítě v síť objemovou pomocí prvku SOLID 186. Následně byla vytvořena síť nádoby. Postup je zobrazen níže.



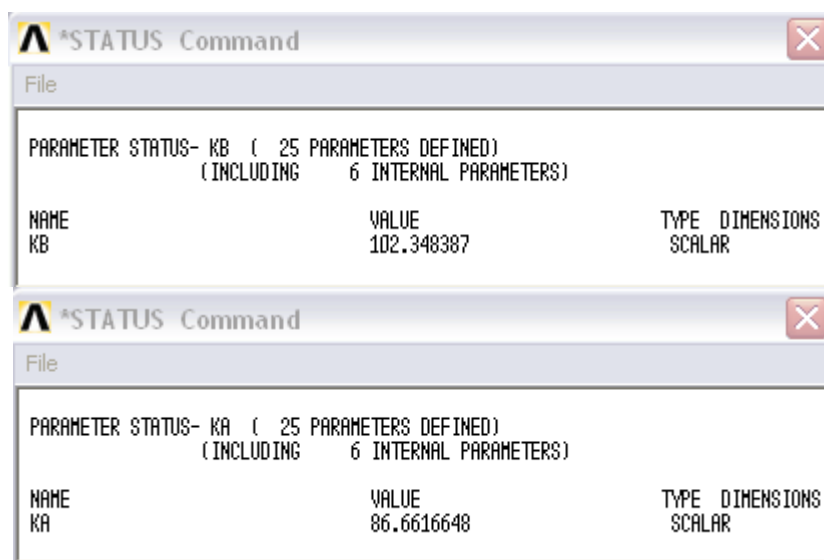
**Obr. 31 – Zobrazení postupu tvorby sítě**

### Vyřešení úlohy

Tato úloha se opět vypočte jako statická analýza při použití výpočtu faktoru intenzity napětí pomocí příkazu KCALC nebo při použití výpočtu J-integrálu pomocí příkazu CINT.

### **Výpočet faktoru intenzity napětí pomocí KCALC**

Výpočet je popsán v podkapitole 5.2.1 na stranách 20, 21. Byl vypočten faktor intenzity napětí na povrchu v bodě B (stav rovinné napjatosti) a následně v bodě A (stav rovinné deformace), který se nachází uvnitř nádoby pod úhlem  $90^\circ$  (viz. obr. 28, str. 33).

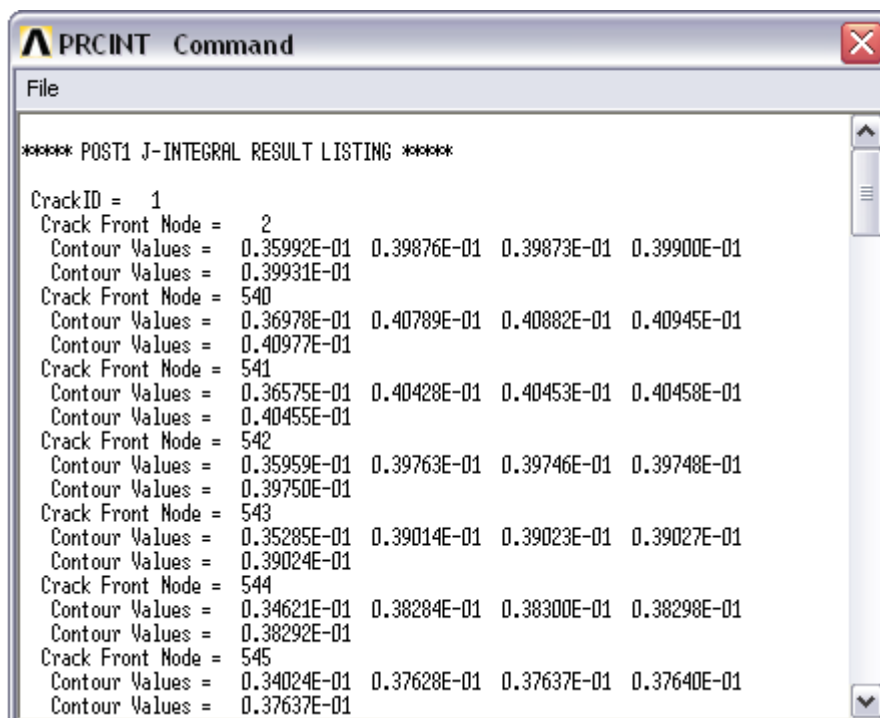


**Obr. 32 – Výpis hodnot  $K_I$  v bodech A a B**

### Řešení pomocí Riceova J-integrálu

Výpočet J-integrálu se provádí pomocí příkazu CINT.

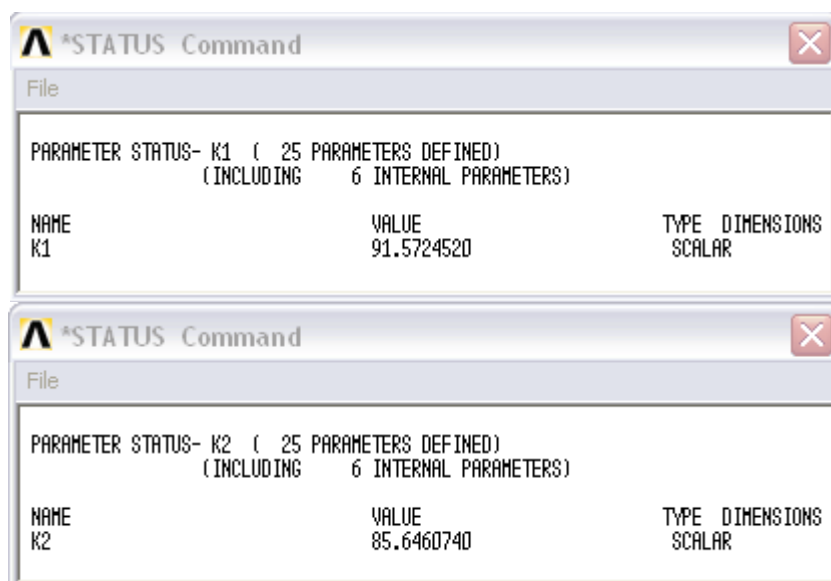
Po nadefinování potřebných vstupních hodnot, které jsou popsány v podkapitole 5.2.2, zjistíme příkazem PRCINT hodnoty J-integrálu pro uzly ležící na křivce, která reprezentuje čelo trhliny.



**Obr. 33 – Hodnoty J-integrálu**

První uzel ležící na křivce, která reprezentuje čelo trhliny, je umístěn na povrchu nádoby v bodě B (viz. obrázek 28, str. 33) a reprezentuje hlavní vrchol eliptické trhliny. Poslední uzel se nachází v největší hloubce ( $\phi = 90^\circ$ ) v bodě A (obr. 28, str. 33) a odpovídá vedlejšímu vrcholu eliptické trhliny.

Pro první a poslední uzel tedy zjistíme hodnoty J-integrálu a přepočteme je dle vztahu (9) na hodnoty faktorů intenzity napětí pro stav rovinné napjatosti na povrchu (bod B, místo 1), pro stav rovinné deformace uvnitř tělesa (bod A, místo 2) viz. obrázek 28, str. 33.



Obr. 34 – Výpis hodnot  $K_I$  v místech 1 a 2

### 7.3 Porovnání výsledků pro danou trhlinu

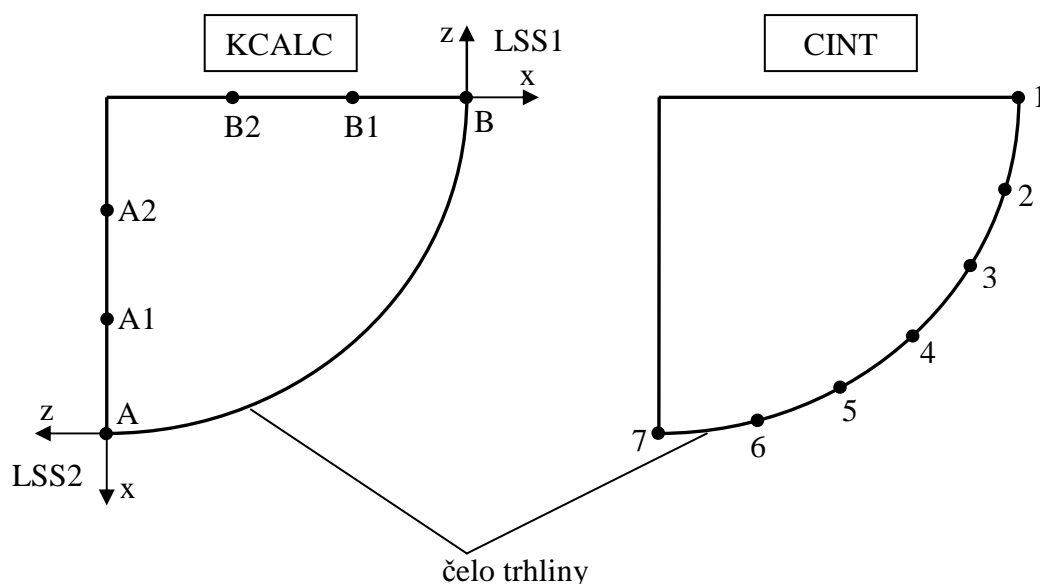
Nakonec se provede porovnání dosažených numerických a analytických výsledků pro danou trhlinu v nádobě:

Tab. 5

Faktor intenzity napětí $[MPa\sqrt{mm}]$	Analytické řešení	Příkaz KCALC	Příkaz CINT
Na povrchu ( $\phi = 0^\circ$ ) - $K_{IB}$	93,10	102,35	91,57
Uvnitř ( $\phi = 90^\circ$ ) - $K_{IA}$	83,63	86,66	85,65

Považujeme-li analytické hodnoty za teoreticky nej přesnější, potom je z výsledků patrné, že hodnoty faktoru intenzity napětí vypočtené pomocí J-integrálu jsou přesnější než hodnoty  $K_I$  získané příkazem KCALC.

### 7.3.1 Porovnání obou typů numerických výpočtů



Obr. 35 – Porovnání výpočtu lomových parametrů

Příkaz KCALC vypočte hodnotu faktoru intenzity napětí pouze v jednom bodě, ve kterém je nutné zavést lokální souřadnicový systém, který vyhovuje požadavkům jednotlivých směrů os a v případě symetrické úlohy ještě 2 uzly, jak již bylo řečeno dříve.

Pokud bychom chtěli vypočítat faktor intenzity napětí v bodě A, je nutné zadat ještě uzly A1 a A2 a zavést lokální souřadnicový systém LSS2, popř. v bodě B je nutno zadat ještě uzly B1 a B2 a zavést lokální souřadnicový systém LSS1 (viz. obr. 35).

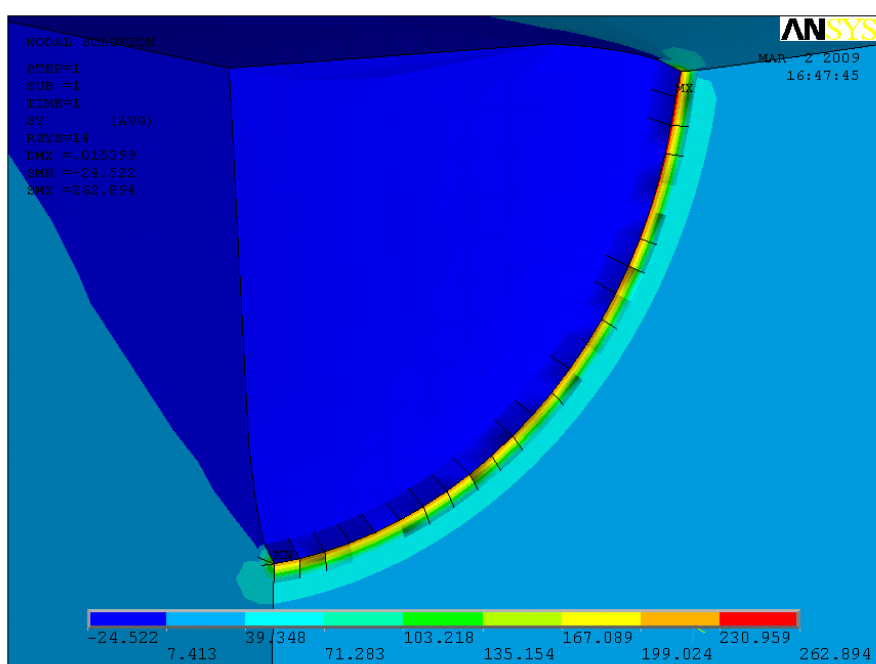
Pokud bychom chtěli provést výpočet ve všech uzlech čela skutečné trhliny nahrazené půlelipsou, museli bychom v každém uzlu zavést nový lokální souřadnicový systém vyhovující podmínkám pro výpočet  $K_I$  a zjišťovat polohu potřebných uzlů. To by bylo velmi pracné a zdlouhavé, proto je vhodné pro skutečné trhliny použít výpočet pomocí J-integrálu.

Výpočet J-integrálu je oproti tomu mnohem jednodušší, neboť stačí vybrat uzly náležící křivce, která reprezentuje čelo trhliny, a určit normálu k rovině čela trhliny. Bylo by nutné vybrat uzly 1 až 7 (viz. obr. 35) a určit normálu k rovině čela trhliny (možnost použít osu y z LSS1 či LSS2). Výhodou je, že získáme hodnoty J-integrálu ve všech těchto uzlech a můžeme je přepočítat na hodnoty faktorů intenzity napětí.

Z těchto úvah je patrné, že pokud se jedná o skutečnou trhlinu nahrazenou polovinou elipsy (půlelipsou), je vhodné použít výpočet pomocí J-integrálu. Výhodou je, že získáme výsledky ve všech uzlech čela trhliny.

Pro skutečnou trhlinu nahrazenou půlelipsou je proto porovnáno řešení analytické s numerickým výpočtem pomocí J-integrálu.

Průběh napětí  $\sigma_y$  v okolí čela trhliny je zobrazen níže a je viditelné, jak rychle dochází k jeho poklesu od čela trhliny.



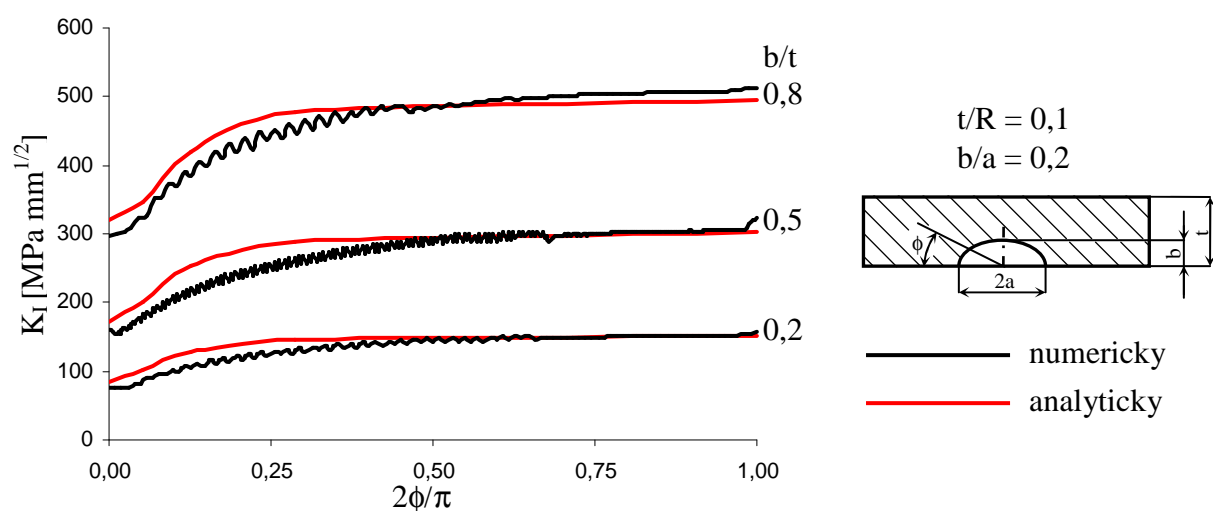
**Obr. 36 – Napětí  $\sigma_y$  [MPa] v okolí čela trhliny**

#### Průběhy $K_I$ v grafech

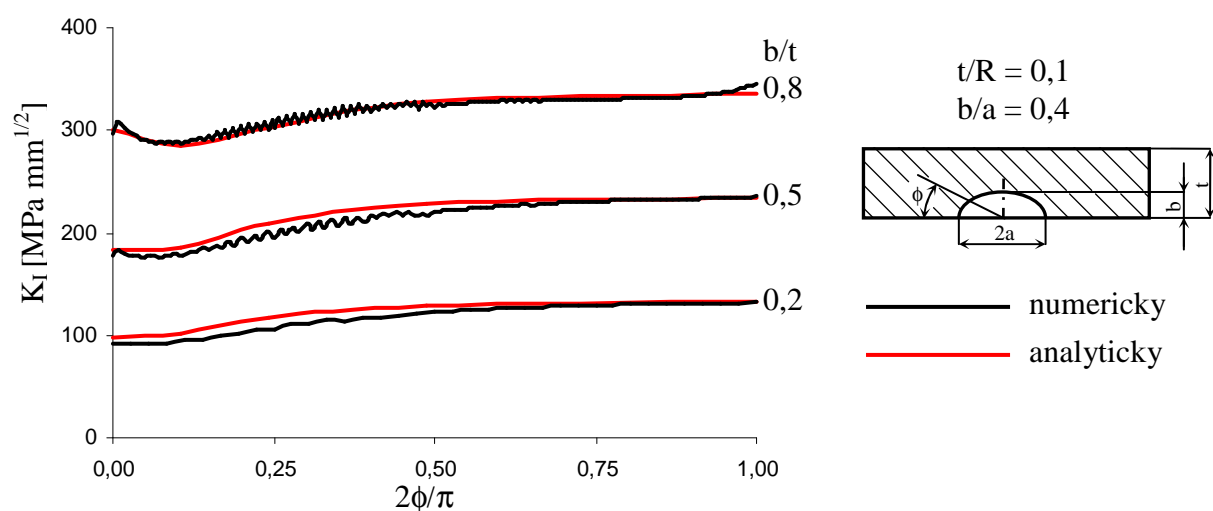
Pro různé konfigurace trhlín byly z J-integrálů přepočteny a graficky zpracovány průběhy faktorů intenzity napětí podél čela trhliny v programu Excel. Tyto průběhy byly porovnány s analytickými výpočty v grafech. Nejprve jsou porovnávány vnitřní povrchové trhliny pro poměry  $t/R = 0,1$  a  $0,25$ , následně pro vnější povrchové trhliny  $t/R = 0,1$  a  $0,25$ .



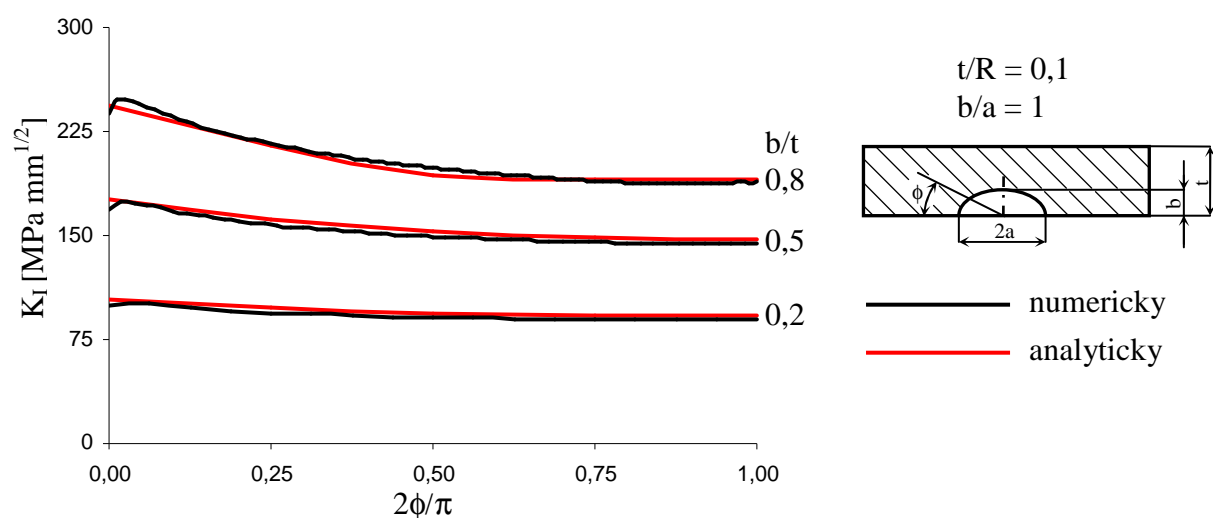
### Vnitřní povrchová trhlina v nádobě, $t/R = 0,1$



**Obr. 37 a) – Průběh  $K_I$  podél čela vnitřní povrchové trhliny ( $t/R = 0,1$ ,  $b/a = 0,2$ )**

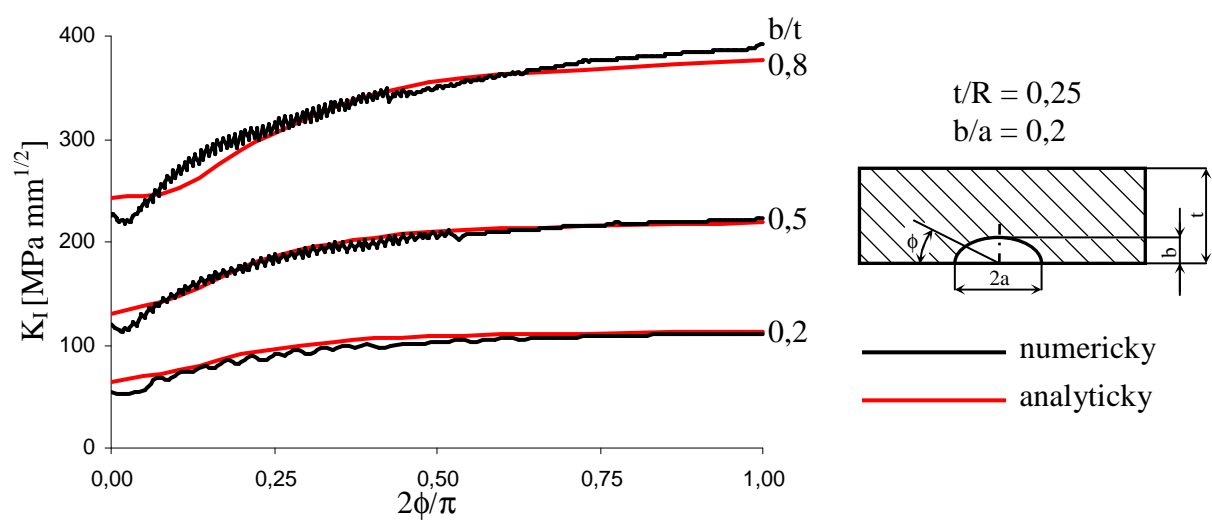


**Obr. 37 b) – Průběh  $K_I$  podél čela vnitřní povrchové trhliny ( $t/R = 0,1$ ,  $b/a = 0,4$ )**

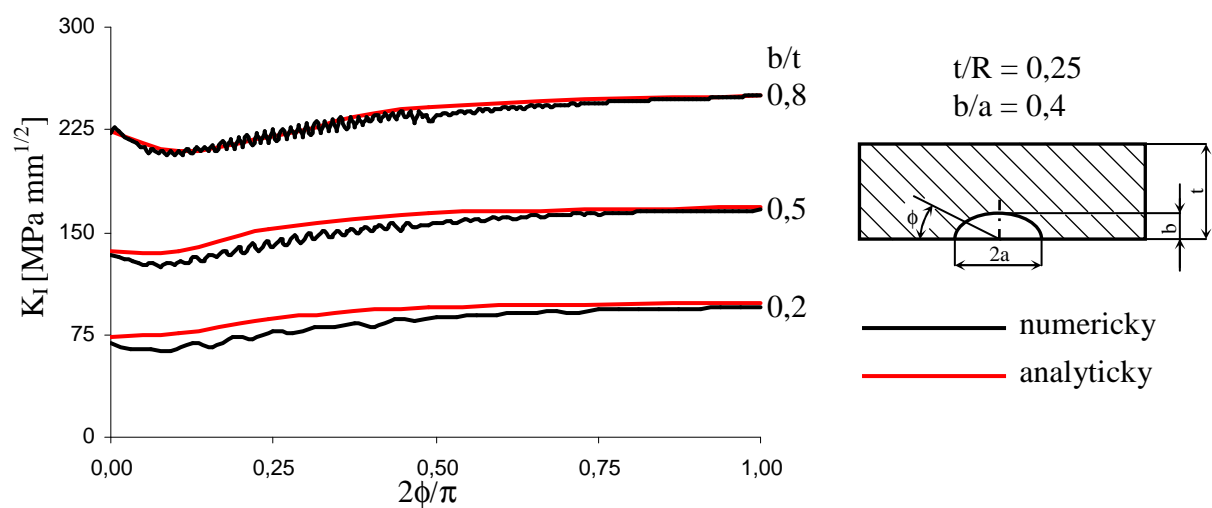


**Obr. 37 c) – Průběh  $K_I$  podél čela vnitřní povrchové trhliny ( $t/R = 0,1$ ,  $b/a = 1$ )**

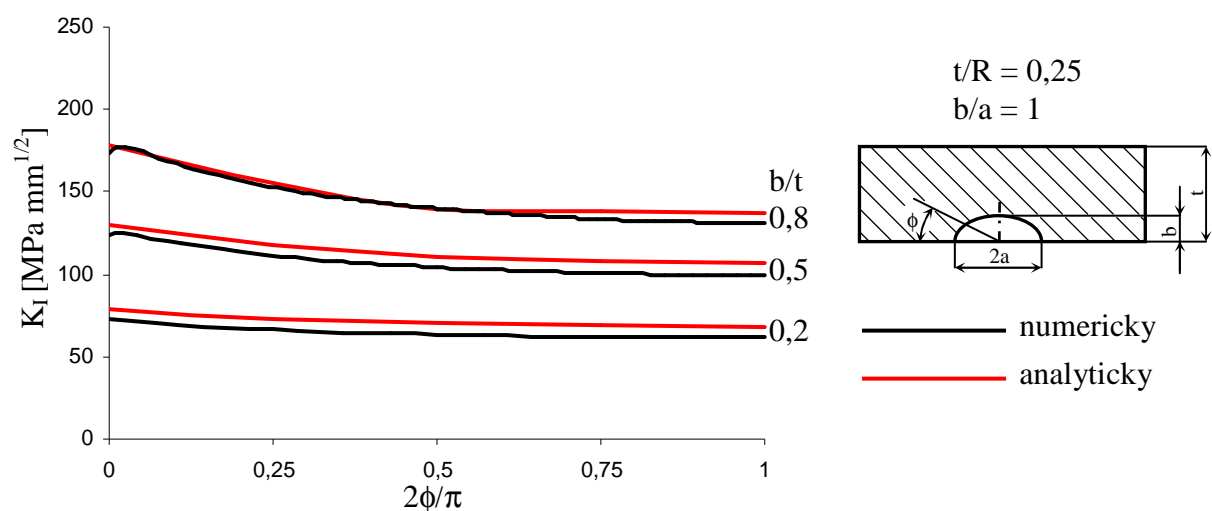
### Vnitřní povrchová trhlina v nádobě, $t/R = 0,25$



Obr. 38 a) – Průběh  $K_I$  podél čela vnitřní povrchové trhliny ( $t/R = 0,25$ ,  $b/a = 0,2$ )

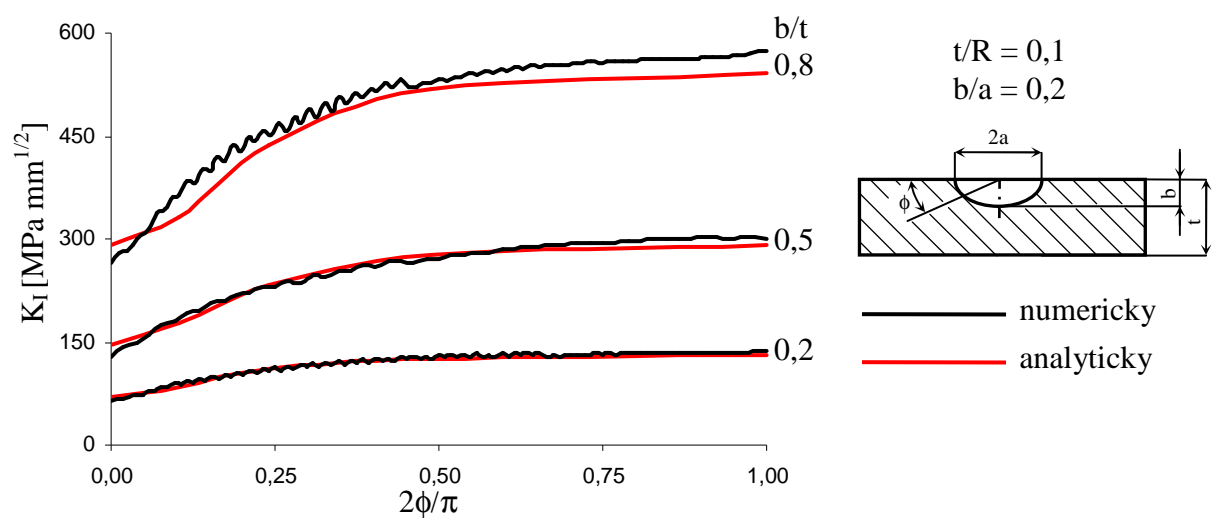


Obr. 38 b) – Průběh  $K_I$  podél čela vnitřní povrchové trhliny ( $t/R = 0,25$ ,  $b/a = 0,4$ )

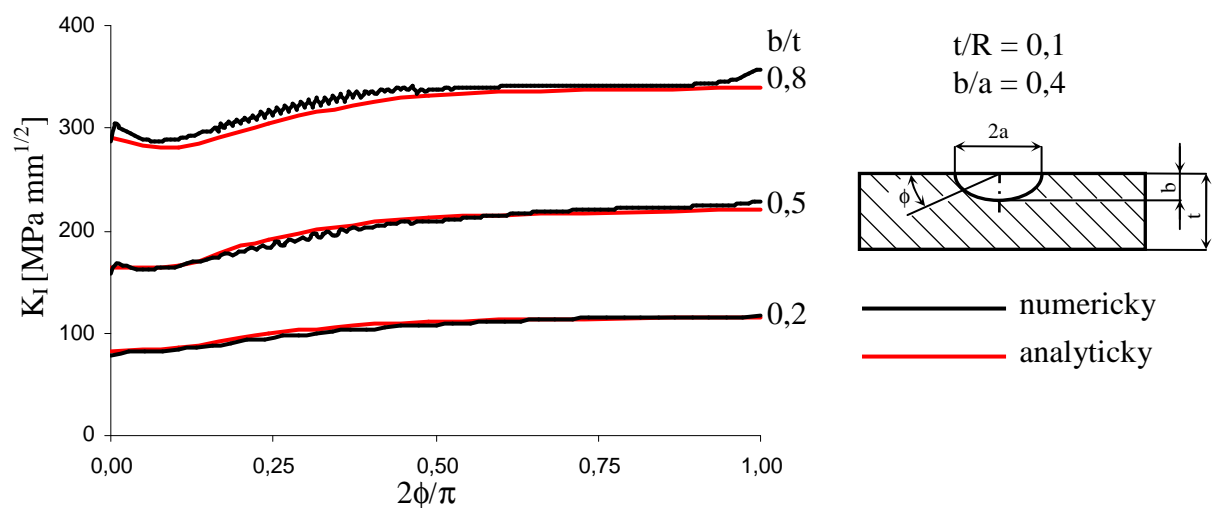


Obr. 38 c) – Průběh  $K_I$  podél čela vnitřní povrchové trhliny ( $t/R = 0,25$ ,  $b/a = 1$ )

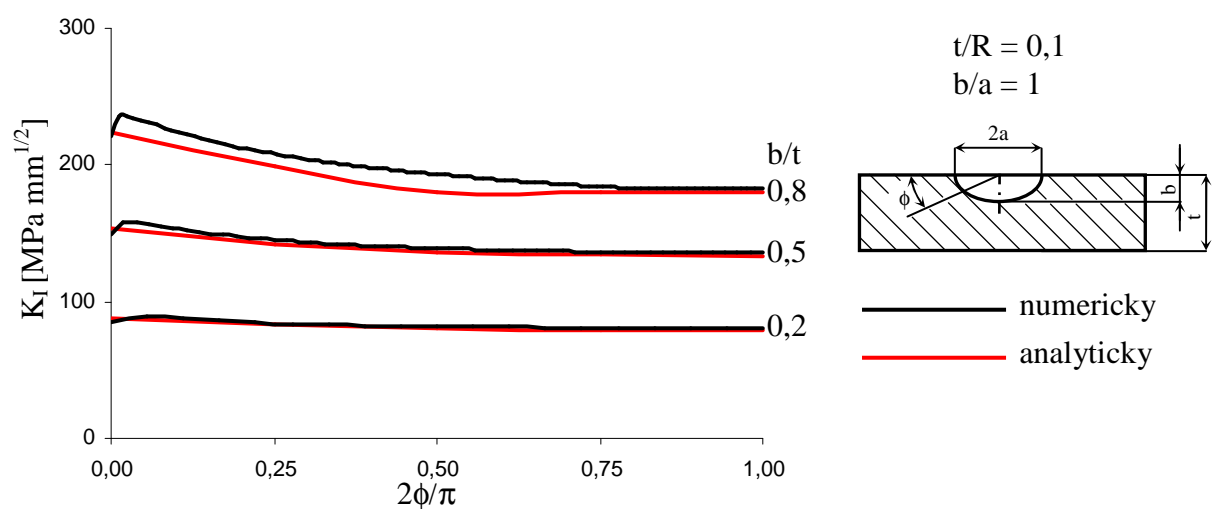
### Vnější povrchová trhlina v nádobě, $t/R = 0,1$



**Obr. 39 a) – Průběh  $K_I$  podél čela vnější povrchové trhliny ( $t/R = 0,1$ ,  $b/a = 0,2$ )**

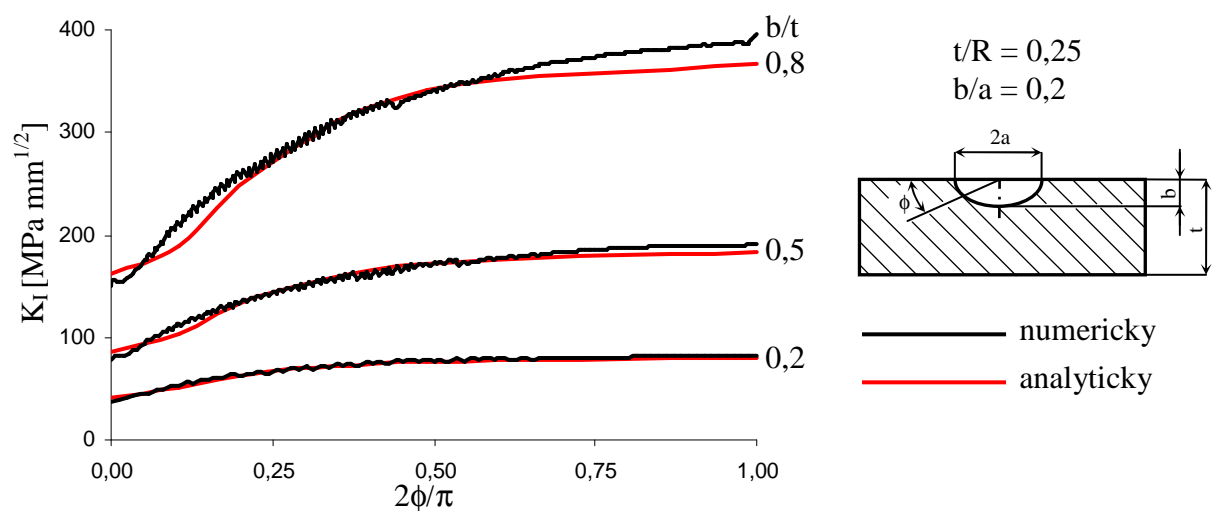


**Obr. 39 b) – Průběh  $K_I$  podél čela vnější povrchové trhliny ( $t/R = 0,1$ ,  $b/a = 0,4$ )**

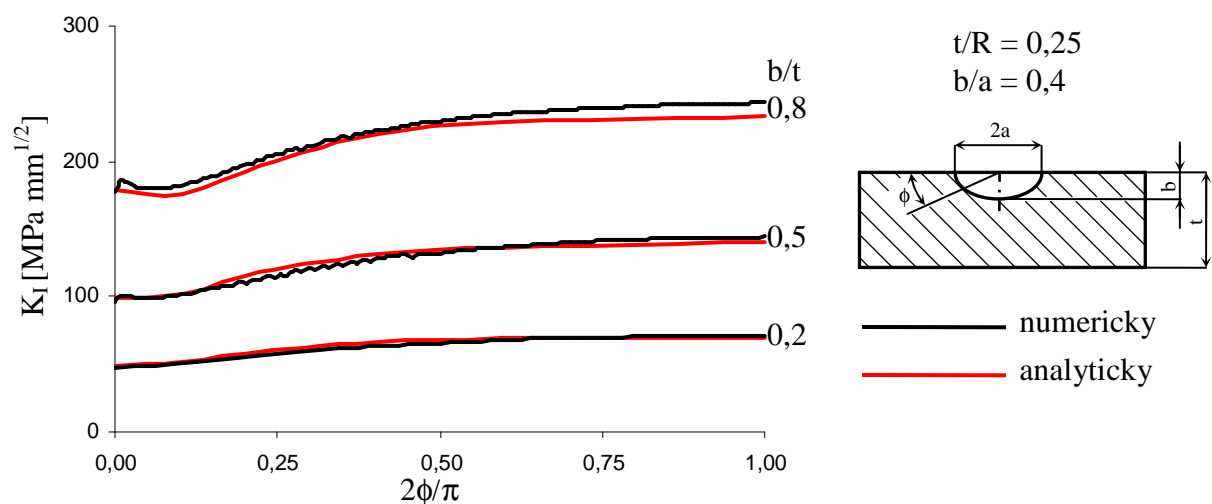


**Obr. 39 c) – Průběh  $K_I$  podél čela vnější povrchové trhliny ( $t/R = 0,1$ ,  $b/a = 1$ )**

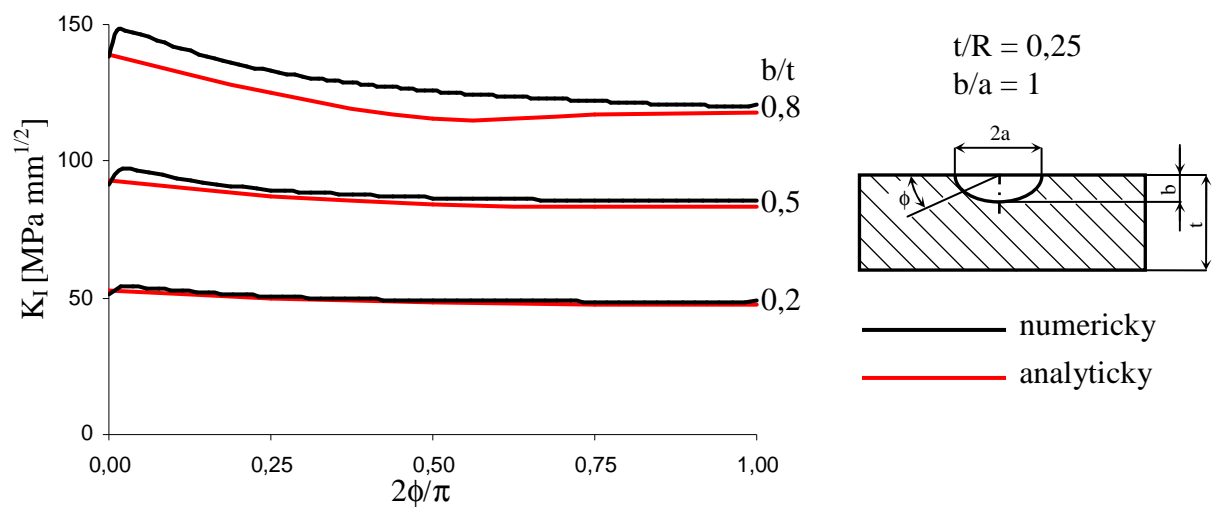
### Vnější povrchová trhlina v nádobě, $t/R = 0,25$



**Obr. 40 a) – Průběh  $K_I$  podél čela vnější povrchové trhliny ( $t/R = 0,25$ ,  $b/a = 0,2$ )**



**Obr. 40 b) – Průběh  $K_I$  podél čela vnější povrchové trhliny ( $t/R = 0,25$ ,  $b/a = 0,4$ )**



**Obr. 40 c) – Průběh  $K_I$  podél čela vnější povrchové trhliny ( $t/R = 0,25$ ,  $b/a = 1$ )**

## 7.4 Srovnání průběhů v grafech

Výpočet faktoru intenzity napětí podél čela trhliny je mírně zkreslen, neboť na povrchu se předpokládá stav rovinné napjatosti a s rostoucí hloubkou převládá stav rovinné deformace.

Pro přepočet z J-integrálu na faktor intenzity napětí byl použit výpočet ve všech uzlech podél čela trhliny jako pro stav rovinné deformace až na uzel na povrchu (tj.  $2\phi/\pi = 0$ ), ve kterém byl přepočten J-integrál na faktor intenzity napětí pomocí vztahu pro rovinnou napjatost. Tato chyba tedy nemá vliv na hodnoty faktorů intenzity napětí na povrchu - stav rovinné napjatosti a uvnitř trhliny (pod úhlem  $90^\circ$ ), kde se předpokládá stav rovinné deformace. V těchto místech jsou hodnoty  $K_I$  vypočteny bez této chyby.

V praxi nás obvykle zajímají hodnoty faktoru intenzity napětí právě v těchto místech (na povrchu a v největší hloubce trhliny), protože v těchto místech se obvykle nacházejí maximální hodnoty faktoru intenzity napětí.

V případě, že bylo použito toto zjednodušení, maximální chyba v průbězích mezi krajními body A a B způsobena tímto zjednodušením je menší než 5 %. Tato chyba je nejlépe viditelná v grafech pro kruhovou trhlínu (tj.  $b/a = 1$ ), kde již i pro velmi malou hodnotu  $2\phi/\pi$  dojde k největšímu vychýlení (odchylce) analytického a numerického průběhu. Ve skutečnosti dochází z povrchu do hloubky ke transformaci ze stavu rovinné napjatosti na rovinnou deformaci.

Z grafů je patrné, že faktor intenzity napětí pro kruhové trhlíny ( $b/a = 1$ ) dosahuje maxima na povrchu (tj.  $2\phi/\pi = 0$ ), to znamená, že trhlina má tendenci se šířit do její délky. Uvnitř trhliny pod úhlem  $90^\circ$  naopak dosahuje  $K_I$  minima.

S klesajícím poměrem  $b/a$ , tj. trhlina se stává dlouhá a mělká, je z grafů patrné, že průběh faktoru intenzity napětí se stává strmější ve směru  $2\phi/\pi = 1$ , tj. hodnota faktoru intenzity napětí pod úhlem  $90^\circ$  narůstá a trhlina bude mít tendenci šířit se do hloubky. Na povrchu pod úhlem  $0^\circ$  se s klesajícím poměrem  $b/a$  hodnota faktoru intenzity napětí snižuje.

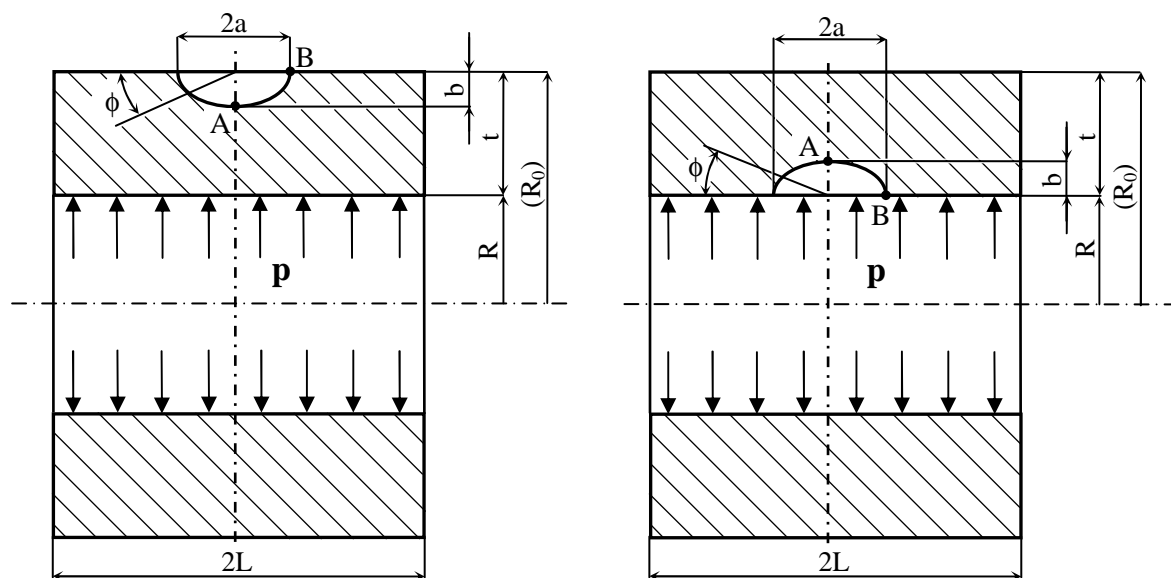
U průběhů v numerických výpočtech místy dochází k rozkmitání hodnot či k jejich odchýlení, což je pravděpodobně způsobeno kvalitou sítě díky velkým zakřivením převážně u mělkých dlouhých trhlin, tj.  $b/a = 0,2$ .

Při porovnání všech numericky a analyticky získaných hodnot v krajních bodech A a B jsme dospěli k závěru, že odchylka nepřekročila 10 %, což je běžná numerická chyba pro tento typ výpočtů, proto považujeme výsledky za správné.

Porovnáme-li hodnoty ve všech průbězích, maximální odchylka převyšuje 10 % jen výjimečně a dosahuje hodnoty okolo 17 % (např. v obr. 38 a) pro mělkou trhlínu ( $b/a = 0,2$ ) pro poměr  $b/t = 0,8$ .

### 7.5 Jedna povrchová trhlina v průřezu nádoby

V [6] bylo řečeno, že pokud se jedná pouze o jednu trhlínu v průřezu (na obrázku 41), hodnoty faktorů intenzity napětí jsou nižší přibližně o 4 % než pro dvě trhlíny. Níže je popsán postup výpočtu pro jedinou trhlínu v průřezu a následně je provedeno porovnání se dvěma trhlínami v průřezu dle numerického řešení pro vybrané povrchové trhlíny.



Obr. 41 – Schéma nádob s trhlínou situovanou na vnějším a vnitřním povrchu

Pro numerické řešení této problematiky byla použita makra, viz. příloha 3 a 4. Aby byla tato makra použita správně pro tento případ (jednu trhlinu v průřezu), je nutné pouze zaměnit souřadnice bodu (keypointu) č. 13 pro vysunutí plochy o úhel  $180^\circ$  namísto  $90^\circ$  a zaměnit směr okrajové podmínky symetrie na plochu č. 17 ze směru nulového posunutí  $u_y$  na  $u_z$ :

$$\begin{array}{lll} \text{dvě trhliny} & \Leftrightarrow & \text{jedna trhlina} \\ K,13,R1,0,0 & \Leftrightarrow & K,13,R1,-90,0 \\ DA,17,UY, & \Leftrightarrow & DA,17,UZ, \end{array}$$

Tyto dva řádky v makrech začínají třemi vykřičníky.

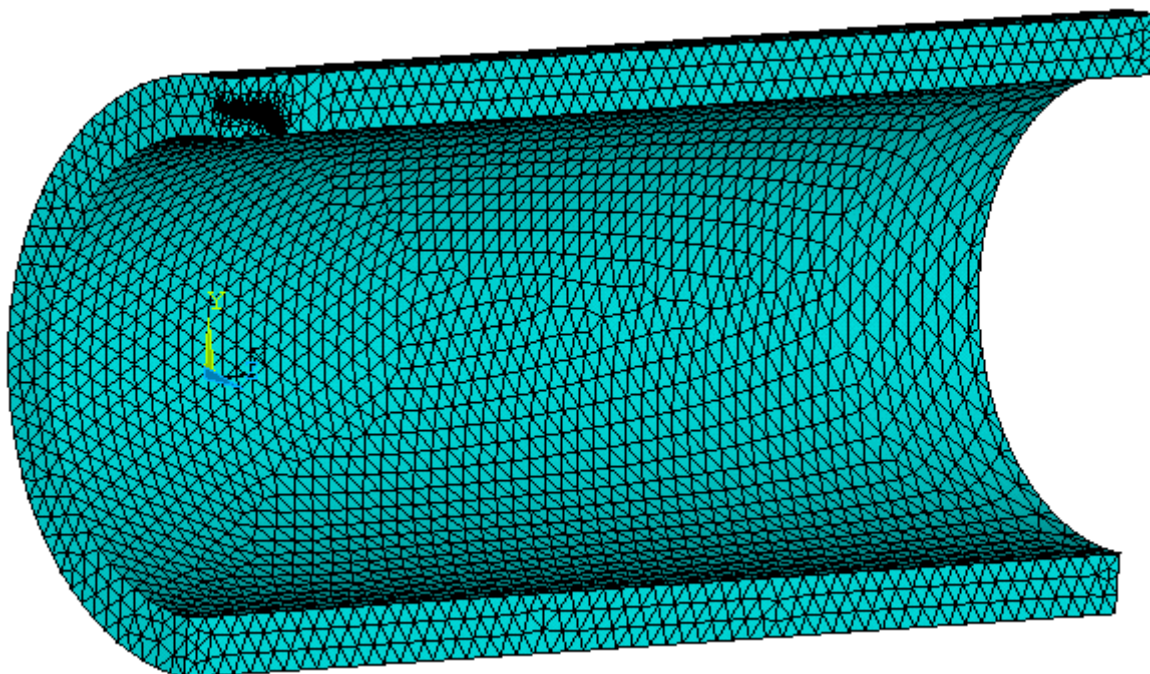
Pro názornost jsou v tabulce 6 na straně 49 porovnány hodnoty faktoru intenzity napětí na povrchu v místě B pro jednu a dvě trhliny v průřezu pro vnitřní povrchovou trhlinu o rozměrech:

$$b/a = 0,4,$$

$$t/R = 0,25,$$

$$b/t = 0,2, 0,5 \text{ a } 0,8.$$

Na obrázku 42 je zobrazena vysíťovaná čtvrtina MKP modelu, pro  $b/t = 0,5$ .



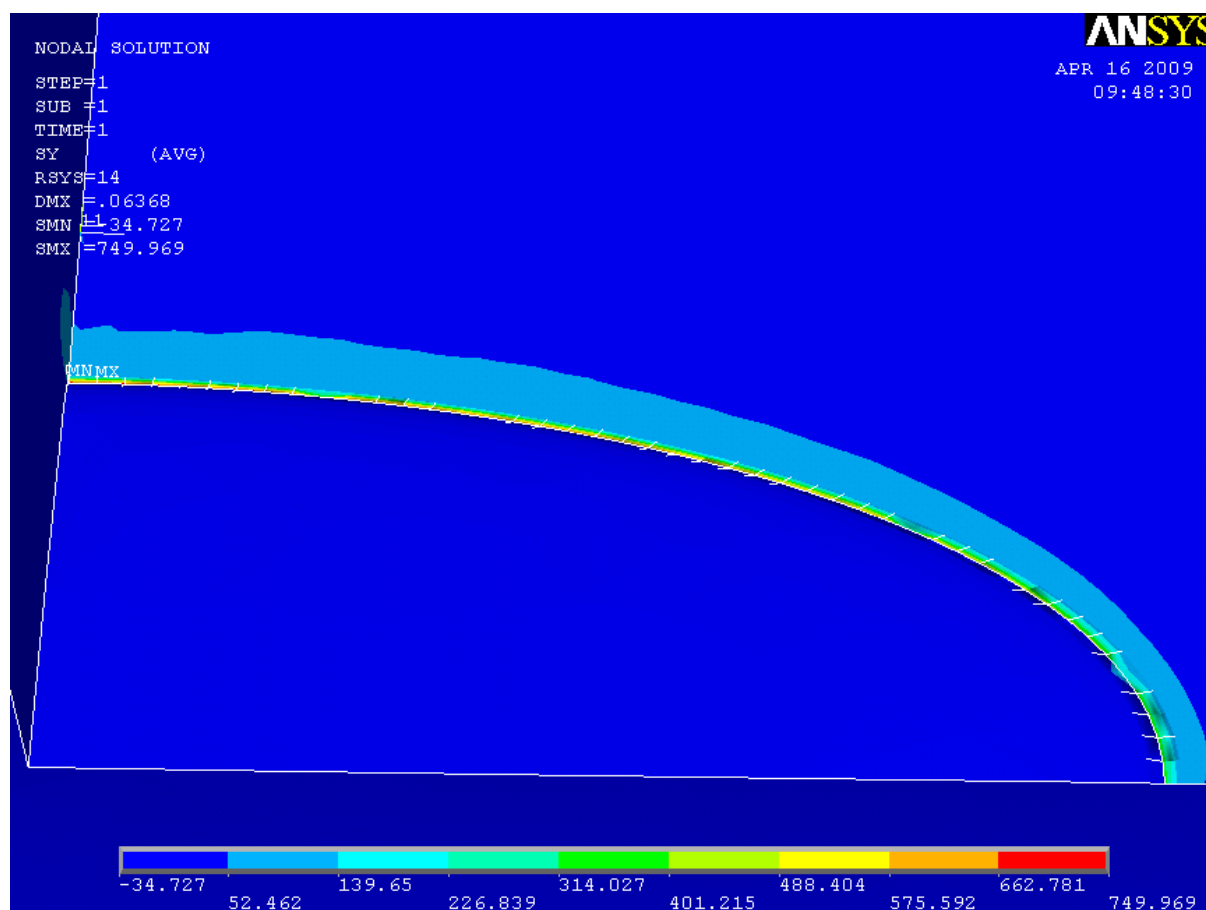
**Obr. 42 – Model čtvrtiny nádoby včetně sítě (pro  $b/t = 0,5$ )**

**Tab. 6**

	Jedna trhlina			Dvě trhliny		
$b/t$	0,2	0,5	0,8	0,2	0,5	0,8
$K_I$ pomocí KCALC	78,36	142,37	237,77	78,28	142,95	240,29
$K_I$ pomocí CINT	77,19	146,25	233,52	77,16	147,58	236,30

Pokud se provede porovnání numerických výpočtů, odchylka faktorů intenzity napětí získaných dle KCALC a pomocí CINT pro jednu a dvě trhliny v průřezu je minimální a lze výsledky považovat za stejné. Trhliny jsou od sebe poměrně hodně vzdáleny, a proto jejich lokální oblast není ovlivněna díky velké vzdálenosti obou trhlín od sebe. Lze tedy říci, že výsledky jsou stejné, jestliže jsou provedeny výpočty pro jednu nebo dvě trhliny v průřezu.

Na obrázku 43 je vykreslen průběh napětí  $\sigma_y$  v okolí čela trhliny.

**Obr. 43 – Napětí  $\sigma_y$  [MPa] v okolí čela trhliny (pro  $b/t = 0,5$ )**



## 8 Závěr

U všech řešených příkladů bylo provedeno analytické řešení, abychom mohli určit odchylku numerických výpočtů.

Numerické výpočty byly provedeny v Programu ANSYS, který umožňuje vypočítat hodnoty faktoru intenzity napětí pomocí dvou typů výpočtů.

První typ výpočtů je možno provést pomocí příkazu KCALC, který umožňuje vypočítat faktor intenzity napětí v jednom bodě čela trhliny. Jak již bylo řečeno, tento příkaz je vhodný pro výpočet průchozích trhlín řešených jako rovinný problém, neboť čelo trhliny je tvořeno jedním bodem - kořenem trhliny. Pokud bychom chtěli získat průběh faktoru intenzity napětí v čele skutečné trhliny, pak tento typ výpočtu není vhodný.

Pro skutečné povrchové trhliny, které se nahrazují půlelipsou (polovinou elipsy), je vhodné použít druhý typ výpočtu pomocí J-integrálu, a to příkazem CINT. Výhodou je, že zjistíme hodnoty J-integrálu ve všech uzlech definujících čelo trhliny.

V případě 2D úlohy je pracnost obou typů výpočtů stejná. Pokud porovnáme přesnost obou typů výpočtů vůči analytickému řešení, dospěli jsme k závěru, že výpočet pomocí CINT je přesnější než pomocí KCALC. Nevýhodou příkazu KCALC je jeho nutnost definice cesty (pomocí uzlů), která ovlivňuje přesnost dosažených výsledků. Zato příkaz CINT není závislý na těchto uzlech a výsledky tímto nejsou ovlivněny.

U příkladů průchozí trhliny byly provedeny oba typy numerických výpočtů v kořeni trhliny a porovnávány s analytickým řešením. V této práci byly řešeny průchozí trhliny v nekonečné desce s otvorem a také bez otvoru. Numerické řešení bylo provedeno na takové desce konečných rozměrů, kde velikost trhliny je mnohonásobně menší než její rozměry. Výsledky byly zkontrolovány i pro 5x a 10x větší desku pro vybrané trhliny, odchylka výsledků byla zanedbatelná.

Výsledky byly porovnávány pro různé velikosti trhlín. V obou příkladech (deska s otvorem a bez otvoru) byly zvoleny stejné velikosti trhlín, aby bylo možno porovnat oba typy průchozích trhlín.

Bylo zjištěno, že pokud trhlina nepřekročí poměr  $a/R = 1,2$ , je vhodné trhlínu odvrtnout otvorem, neboť dojde ke snížení hodnoty faktoru intenzity napětí. Pokud je však tento poměr překročen, pak dochází k postupnému nárůstu hodnoty K až o 5 % oproti nekonečné desce bez otvoru a otvor je v takovém případě nežádoucí.

Bylo zjištěno, že maximální odchylka pro numerické výpočty nekonečné desky s otvorem nepřesáhla pro CINT 1,5 % a pro KCALC 5,6 %, proto můžeme říci, že výsledky jsou správné. Pro nekonečnou desku bez otvoru byla určena maximální odchylka 1,1 % pro CINT a 2,1 % pro KCALC, proto považujeme výsledky za velmi přesné.

Dále byl v této práci řešen problém skutečné povrchové semieliptické trhliny ve válcových tlakových nádobách. Řešení bylo provedeno na tlakové nádobě, která obsahuje dvě trhliny v průřezu situované jednak na vnějším povrchu, jednak na vnitřním povrchu. Numerické řešení bylo provedeno pomocí příkazu CINT, abychom získali průběhy faktorů intenzity napětí podél čela trhliny. Příkaz KCALC zde není příliš vhodný, proto byl použit pouze ve vzorovém příkladě (a pro kontrolu správnosti výsledků) pro body čela trhliny na povrchu (bod B v obr. 28, str. 33) odpovídajícímu hlavnímu vrcholu eliptické trhliny a v největší hloubce ( $2\phi/\pi = 1$ ) odpovídajícímu vedlejšímu vrcholu (bod A) eliptické trhliny.

Pro porovnání numerických výsledků s analytickým řešením byly použity pouze výsledky získané pomocí CINT. Průběhy faktorů intenzity napětí podél čela trhliny jsou v grafech na obrázcích 37 až 40.

Odchylka v krajních bodech (body A a B) nepřesáhla 10 %, což je běžná numerická chyba pro tento typ výpočtů, proto považujeme výsledky za správné. V průbězích mezi krajními body A a B maximální odchylka převyšuje 10 % jen výjimečně a dosahuje maximální hodnoty okolo 17 % (např. v obr. 38 a), str. 43) pro mělkou trhlínu ( $b/a = 0,2$ ) pro poměr  $b/t = 0,8$ . Z průběhů v grafech je patrné, že příslušné křivky si odpovídají, i když v některých případech ne úplně, ale jen přibližně, proto uvažujeme výsledky jako uspokojivé. Pro přesnější výsledky by asi bylo nutné vytvořit jemnější síť v okolí čela trhliny.

Bylo provedeno porovnání jediné trhliny v průřezu tlakové nádoby s dvěma trhlínami a bylo zjištěno, že výsledky jsou přibližně stejné. Trhliny jsou od sebe poměrně hodně vzdáleny, a proto jejich lokální oblast není ovlivněna díky velké vzdálenosti obou trhlín od sebe.

Abychom měli přehled, jak vypadá napěťová oblast v okolí kořene a čela trhliny, byly vykresleny průběhy napětí  $\sigma_y$  pro všechny příklady. Z těchto průběhů je viditelné, že v kořeni nebo na čele trhliny dochází k velké koncentraci napětí a následně k jeho rychlému poklesu.

## 9 Seznam použité literatury

- [1] KUČERA, J. *Úvod do mechaniky lomu I*. Skriptum VŠB-TU Ostrava, 2002, 1.vydání, ISBN 80-7078-862-3
- [2] DOWLING, N. E. *Mechanical Behavior of Materials*. Prentice-Hall, INC. New Jersey 1993. 775p. ISBN 0-13-026956-5.
- [3] MURAKAMI, Y. *Stress Intensity Factors Handbook*. Committee on Fracture Mechanics. The Society of Materials Science. Japan-Pergamon Press. 1987.
- [4] STRNADEL, B. *Nauka o materiálu II*. Skriptum VŠB-TU Ostrava, 2008, 1.vydání, ISBN 978-80-248-1842-9
- [5] RAJU, I. S., NEWMAN, J. C. *Stress Intensity Factors for a wide range of Semi-elliptical Surface Cracks in Finite Thickness Plates*. Eng., Fracture Mech. 11, 1979
- [6] NEWMAN, J. C., RAJU, I. C. *Stress Intensity Factors for Internal Surface Cracks in Cylindrical Pressure Vessels*. Trans. ASME, J., Pressure Vessel Technology 102, 1980.
- [7] TAN, C. L. and FENNER, R. T. *Stress Intensity Factors for Semi-Elliptical Surface Cracks in Pressurized Cylinders using the Boundary Integral Equation Method*. Int. J. Frac. Vol. 16 (1980), No. 3.
- [8] WANG, C. H. *Introduction to Fracture Mechanics*. Aeronautical and Maritime Research Laboratory, Melbourne 1996. DSTO GD-0103, AR-009-786.
- [9] SEDMAK, A., BERKOVIČ, M., SAVOVIČ, N. *Numerical Analysis of surface Crack Problems in Pressure Vessels*. Vol. 4, No 2 (2004).
- [10] ZEMÁNKOVÁ, J. *Technická mechanika I. Úvod do lomové mechaniky*. ČVUT Praha 1986. 2.vydání.

- [11] RICE, J. R., LEVY, N. *The Part-through Surface Crack in an Elastic Plate*. J. Appl. Mech. 39, 1972.
- [12] BROCKS, W. et al. *Ductile Crack Growth of Semi-elliptical Surface Flaws in Pressure Vessels*. Int. J. Pres. Vess. & Piping 43, 1990.
- [13] KOBAYASHI, A. S., POLVANICH, N., EMERY, A. F. and LOVE, W. J. *Inner and Outer Cracks in Internally Pressurized Cylinders*. Trans. ASME, Ser. J. Pressure Vessel Technology, Vol. 99 (1977).
- [14] IRWIN, G. R. Trans. ASME, J. Appl. Mech. 24, 1957
- [15] ANSYS USER'S MANUALS (referenční příručky od Swanson Analysis Systems, Inc.)

## 10 Přílohy

### Příloha 1 (deska s otvorem – Otvor.mac)

```
/PREP7
ET,1,PLANE183,,,2
MP,EX,1,2.1e5          !materiálové vlastnosti
MP,NUXY,1,0.3
p=50 !MPa              !napětí
L=200 !mm               !rozměr poloviny desky
R=10 !mm                !poloměr díry
x=1.2                   !proměnný parametr
a=x*R                   !velikost trhliny včetně poloměru
t=3/4*(a-R) !mm         !rozměr pro tvorbu sítě pomocí KSCON
K,1,a,0,0               !body
K,2,R,0,0
K,4,0,L,0
K,5,L,L,0
K,6,L,0,0
K,7,a+t,0,0
K,8,a-t,0,0
CSYS,1                  !cylindrický souř. systém
K,3,R,90,0
L,2,3                   !půlkružnice
CSYS,0
LSTR,3,4                !čáry
LSTR,4,5
LSTR,5,6
LSTR,6,7
LSTR,7,1
LSTR,1,8
LSTR,8,2
LOCAL,11,1,a,0,0,0,0,1,1 !lokální souř. s. cylindrický
L,7,8
AL,6,7,9                !tvorba ploch
AL,9,5,4,3,2,1,8
LESIZE,9,,,10,          !dělení čar
LESIZE,3,,,12,
LESIZE,4,,,12,
LESIZE,1,,,12,5
LESIZE,2,,,20,10
LESIZE,5,,,30,0.05      !rozdělení čáry 5 na 30 dílů s nahuštěním k trhlíně
ASEL,S, , 1             !vybereme plochu 1 pro síťování KSCON okolo bodu 1
KSCON,1,,2,1,8,1
AMESH,1
ALLSEL,ALL
AMESH,2
ALLSEL,ALL
CSYS,0
```

```

!konec síťování, zadání okrajových podmínek na plochy
SFL,3,PRES,-p,          !tlak na horní plochu
DL,5, ,UY,              !symetrie
DL,6, ,UY,
DL,2, ,UX,
SBCTRAN                  !převede OP na FE model
FINI
/SOLU
NSEL,S, , , 2           !výběr uzlu kořene trhliny
CM,CRACKTIP,NODE
CINT,NEW,1               !nový výpočet
CINT,CTNC,CRACKTIP
CINT,NORM,0,2            !normála osa y od kartézského s.s.
CINT,NCON,5              !počet obrysů
CINT,SYMM,ON             !symetrie
CINT,LIST
ALLSEL,ALL
OUTRES,ALL
/OUT,SCRATCH
SOLVE
FINI
/POST1
SET,LAST
PRCINT,1                 !výpis hodnot J-integrálu
*GET,J,CINT,1,,2,,5
CON1=2.1E5/(1-0.3*0.3)
K1 =(CON1*ABS(J))*0.5
*STATUS,K1
LOCAL,13,0,a,0,0,0,0,0, !lokální souřadnicový systém
CSYS,13
RSYS,13
PATH,KA,3                !tvorba cesty
PPATH,1,2                 !nutno při každé změně vždy zkontrolovat čísla uzlů
PPATH,2,20
PPATH,3,180
KCALC,0,1,0,0            !výpočet K
*GET,KA,KCALC,,K,1
*STATUS,KA

```

## **Příloha 2 (deska bez otvoru – Deska.mac)**

```

/PREP7
ET,1,PLANE183,,,2
MP,EX,1,2.1e5            !materiálové vlastnosti
MP,NUXY,1,0.3
p=50 !MPa                !napětí
L=200 !mm                !rozměr poloviny desky
x=1.2                    !proměnný parametr
a=10*x                   !velikost trhliny
t=1/3*a !mm              !rozměr pro tvorbu sítě pomocí KSCON

```

K,1,a,0,0	!body
K,2,L,0,0	
K,3,L,L,0	
K,4,0,L,0	
K,5,0,0,0	
K,6,a+t,0,0	
K,7,a-t,0,0	
LSTR,1,6	!čáry
LSTR,6,2	
LSTR,2,3	
LSTR,3,4	
LSTR,4,5	
LSTR,5,7	
LSTR,7,1	
LOCAL,11,1,a,0,0,0,0,1,1	!lokální souř. systém cylindrický
L,6,7	
AL,7,1,8	!tvorba ploch
AL,8,2,3,4,5,6	
LESIZE,6,,,6,	!dělení čar
LESIZE,3,,,12,	
LESIZE,4,,,12,	
LESIZE,2,,,25,10	
LESIZE,5,,,25,0.06	!rozdělení čáry 5 na 30 dílů s nahuštěním k trhlíně
ASEL,S, , ,1	!vybereme plochu 1 pro síťování KSCON okolo bodu 1
KSCON,1,4,1,8,1	
AMESH,1	
ALLSEL,ALL	
AMESH,2	
ALLSEL,ALL	
CSYS,0	
!konec síťování, zadání okrajových podmínek	
SFL,4,PRES,-p,	!tlak na horní čáru
DL,1, ,UY,	!symetrie
DL,2, ,UY,	
DL,5, ,UX,	
SBCTRAN	!převede OP na FE model
FINI	
/SOLU	
NSEL,S, , , 2	!výběr uzlu kořene trhliny
CM,CRACKTIP,NODE	
CINT,NEW,1	!nový výpočet
CINT,CTNC,CRACKTIP	
CINT,NORM,0,2	!normála osa y
CINT,NCON,5	!počet obrysů
CINT,SYMM,ON	!symetrie
CINT,LIST	
ALLSEL,ALL	
OUTRES,ALL	
/OUT,SCRATCH	
SOLVE	

```

FINI
/POST1
SET, LAST
PRCINT, 1 !výpis hodnot J-integrálu
*GET, J, CINT, 1, , 2, , 5
CON1 = 2.1E5 / (1 - 0.3 * 0.3)
K1 = (CON1 * ABS(J)) ** 0.5
*STATUS, K1
LOCAL, 13, 0, a, 0, 0, 0, 0, 0, !lokální souřadnicový systém
CSYS, 13
RSYS, 13
PATH, KA, 3 !tvorba cesty
PPATH, 1, 2 !nutno při každé změně zkontrolovat čísla uzlů
PPATH, 2, 1
PPATH, 3, 152
KCALC, 0, 1, 0, 0 !výpočet K
*GET, KA, KCALC, , K, 1
*STATUS, KA

```

### **Příloha 3 (tlakové nádoby – Vnejsi.mac)**

```

PREP7
ET, 1, 200, 7 !typ prvku pro plošnou síť
ET, 2, SOLID186 !typ prvku pro vysítování objemu
MP, EX, 1, 2.1e5 !materiálové vlastnosti
MP, NUXY, 1, 0.3
R1 = 100 !mm !parametry pevné
p = 5 !MPa
L = 400 !mm
n = 0.25
k = 1
m = 0.5
b = m * n * R1 !odvozené rovnice pro výpočet rozměrů nádoby
a = b / k
R2 = (1 + n) * R1
t = 3 !mm !rozměr pro tvorbu tunelu
FI = 1.8 !úhel pro tvorbu tunelu
K, 1, 0, R1, 0 !body
K, 2, 0, R2, 0
K, 3, L, R1, 0
K, 4, L, R2, 0
K, 5, a + t, R2, 0
K, 6, a, R2, 0
K, 7, a - t, R2, 0
LOCAL, 11, 1, 0, R2, 0, 0, 0, 0, k, 1 !lokální s.s. cylindrický elipsovité
K, 8, a + t, -90, 0
K, 9, a, -90, 0
K, 10, a - t, -90, 0
L, 5, 8 !tvorba čtvrtiny elipsy
L, 6, 9
L, 7, 10

```



CSYS,0 !kartézský souř. systém  
 LSTR,7,6  
 LSTR,6,5  
 LSTR,8,9  
 LSTR,9,10  
 AL,2,7,3,4  
 AL,1,6,2,5 !tvorba ploch z čar  
 LOCAL,12,1,0,0,0,0,0,90,1,1  
 K,11,R1,90,0  
 K,12,R1,90-FI,0  
  
 K,13,R1,0,0  
 !!!K,13,R1,-90,0 !!!pro jednu trhlínu v průřezu nutno vysunout plochu o úhel 180  
 namísto 90 stupňů  
  
 L,11,12  
 VDRAG,1,2,,,,,8 !vytvořen objem tunelu  
 !tvorba hlavního objemu a odečtení  
 L,11,13  
 LSTR,1,3  
 LSTR,3,4  
 LSTR,4,2  
 LSTR,2,1  
 AL,23,24,25,26 !plocha pro vytažení  
 VDRAG,12,,,,,22 !vytažení  
 !rozdělení objemů dle ploch  
 FLST,2,1,6,ORDE,1  
 FITEM,2,3  
 FLST,3,4,5,ORDE,4  
 FITEM,3,5  
 FITEM,3,7  
 FITEM,3,-8  
 FITEM,3,11  
 VSBA,P51X,P51X, ,DELETE,KEEP  
 VDELE, 4, , ,1 !smaže objem č.4  
 ASEL,S, , ,6 !vybereme plochu č.6  
 KSCON,6,4,1,4,1 !zhuštění sítě okolo bodu č.6  
 AMESH,6  
 ASEL,S, , ,10 !vybereme plochu č.10  
 KSCON,6,4,1,4,1 !zhuštění sítě okolo bodu č.6  
 AMESH,10  
 ALLSEL,ALL  
 ESIZE, 0.8 !velikost elementu  
 VSWEEP,1,6,4 !vytažení plošné sítě (objem, zdroj, cíl)  
 VSWEEP,2,10,9 !vytažení plošné sítě  
 ALLSEL,ALL  
 CSYS,0  
 ESIZE,10,0, !vysítování velkého objemu  
 MSHAPE,1,3D  
 MSHKEY,0

```

CM,_Y,VOLU
VSEL, , , , 5
CM,_Y1,VOLU
CHKMSH,'VOLU'
CMSEL,S,_Y
VMESH,_Y1
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
!konec síťování, okrajové podmínky
SFA,13,1,PRES,p !tlak na vnitřní plochu

DA,17,UY, !symetrie
!!!DA,17,UZ, !!!pro jednu trhlinu v průřezu nutno nahradit uy za uz

DA,22,UZ,
DA,2,UZ,
DA,23,UX,
DA,9,UX,
DA,4,UX,
SBCTRAN !převede OP na FE model
FINI
/SOLU
LOCAL,13,0,a,R2,0,0,90,0, !lokální souřadnicový systém
LSEL,S, , 2 !čára reprezentující čelo trhliny
NSLL,S,1 !uzly této čáry
CM,CRACKTIP,NODE
CINT,NEW,1 !nový výpočet
CINT,CTNC,CRACKTIP
CINT,NORM,13,2 !normála osa y
CINT,NCON,5 !počet obrysů
CINT,SYMM,ON !symetrie
CINT,LIST
ALLSEL,ALL
OUTRES,ALL
/OUT,SCRATCH
SOLVE
FINI
/POST1
SET,LAST
PRCINT,1 !výpis hodnot J-integrálu
*GET,J1,CINT,1,,2,,5 !nutno zkontrolovat popř. upravit čísla uzlů
*GET,J2,CINT,1,,539,,5
CON1 = 2.1E5
K1 = SQRT(ABS(J1)*CON1)
CON2 = 2.1E5 / (1-(0.3*0.3))
K2 = SQRT(ABS(J2)*CON2)
*STATUS,K1
*STATUS,K2
LSEL,S,,,2 !výběr čar pro určení cesty

```

```

LSEL,A,,,7
LSEL,A,,,38
LSEL,A,,,37
LSEL,A,,,4
NSLL,,1          !uzly náležící těmto čarám
LOCAL,13,0,a,R2,0,0,90,0, !lokální souřadnicový systém
CSYS,13
RSYS,13
PATH,KB,3        !definice cesty
PPATH,1,2        !nutno zkontrolovat popř. upravit čísla uzlů
PPATH,2,1
PPATH,3,5306
KCALC,1,1,0,0    !výpočet K
*GET,KB,KCALC,,K,1
LOCAL,14,0,0,R2-b,0,-90,90,0,
CSYS,14
RSYS,14
PATH,KA,3
PPATH,1,539      !nutno zkontrolovat popř. upravit čísla uzlů
PPATH,2,515
PPATH,3,15263
KCALC,0,1,0,0    !výpočet K
*GET,KA,KCALC,,K,1
*STATUS,KB
*STATUS,KA

```

#### **Příloha 4 (tlakové nádoby – Vnitri.mac)**

```

/PREP7
ET,1,200,7       !typ prvku pro plošnou síť
ET,2,SOLID186    !typ prvku pro vysíťování objemu
MP,EX,1,2.1e5    !materiálové vlastnosti
MP,NUXY,1,0.3
R1=100 !mm       !parametry pevné
p=5 !MPa
L=500 !mm
n=0.25
k=0.4
m=0.5
b=m*n*R1        !odvozené rovnice pro výpočet rozměrů nádoby
a=b/k
R2=(1+n)*R1
t=3 !mm         !rozměr pro tvorbu tunelu
FI=1            !úhel pro tvorbu tunelu
K,1,0,R1,0      !body
K,2,0,R2,0
K,3,L,R1,0
K,4,L,R2,0
K,5,a+t,R1,0
K,6,a,R1,0
K,7,a-t,R1,0

```

LOCAL,11,1,0,R1,0,0,0,0,k,1 !lokální s.s. cylindrický elipsový  
 K,8,a+t,90,0  
 K,9,a,90,0  
 K,10,a-t,90,0  
 L,5,8 !tvorba čtvrtiny elipsy  
 L,6,9  
 L,7,10  
 CSYS,0 !kartézský souř. systém  
 LSTR,7,6  
 LSTR,6,5  
 LSTR,8,9  
 LSTR,9,10  
 AL,2,7,3,4  
 AL,1,6,2,5 !tvorba ploch z čar  
 LOCAL,12,1,0,0,0,0,0,90,1,1  
 K,11,R1,90,0  
 K,12,R1,90-FI,0  
  
 K,13,R1,0,0  
 !!!K,13,R1,-90,0 !!!pro jednu trhlinu v průřezu nutno vysunout plochu o úhel 180  
 namísto 90 stupňů  
  
 L,11,12  
 VDRA,1,2,,,,,8 !vytvořen objem tunelu  
 !tvorba hlavního objemu a odečtení  
 L,11,13  
 LSTR,1,3  
 LSTR,3,4  
 LSTR,4,2  
 LSTR,2,1  
 AL,23,24,25,26 !plocha pro vytažení  
 VDRA,12,,,,,22 !vytažení  
 !rozdělení objemů dle ploch  
 FLST,2,1,6,ORDE,1  
 FITEM,2,3  
 FLST,3,4,5,ORDE,4  
 FITEM,3,5  
 FITEM,3,7  
 FITEM,3,-8  
 FITEM,3,11  
 VSBA,P51X,P51X,DELETE,KEEP  
 VDELE, 4, , ,1 !smaže objem č.4  
 ASEL,S, , ,6 !vybereme plochu č.6  
 KSCON,6,4,1,4,1 !zhuštění sítě okolo bodu č.6  
 AMESH,6  
 ASEL,S, , ,10 !vybereme plochu č.10  
 KSCON,6,4,1,4,1 !zhuštění sítě okolo bodu č.6  
 AMESH,10  
 ALLSEL,ALL  
 ESIZE, 0.8 !velikost elementu

VSWEEP,1,6,4	!vytažení plošné sítě (objem, zdroj, cíl)
VSWEEP,2,10,9	!vytažení plošné sítě
ALLSEL,ALL	
CSYS,0	
ESIZE,7,0,	!vysíťování velkého objemu
MSHAPE,1,3D	
MSHKEY,0	
CM,_Y,VOLU	
VSEL, , , , 5	
CM,_Y1,VOLU	
CHKMSH,'VOLU'	
CMSEL,S,_Y	
VMESH,_Y1	
CMDELE,_Y	
CMDELE,_Y1	
CMDELE,_Y2	
!konec síťování, okrajové podmínky	
SFA,24,1,PRES,p	!tlak na vnitřní plochy
SFA,6,1,PRES,p	
SFA,10,1,PRES,p	
SFA,1,1,PRES,p	!včetně zatížení ploch trhliny
SFA,21,1,PRES,p	
DA,17,UY,	!symetrie
!!!DA,17,UZ,	!!!pro jednu trhlínu v průřezu nutno nahradit uy za uz
DA,22,UZ,	
DA,2,UZ,	
DA,23,UX,	
DA,9,UX,	
DA,4,UX,	
SBCTRAN	!převede OP na FE model
FINI	
/SOLU	
local,13,0,a,R1,0,0,90,0,	!lokální souřadnicový systém
LSEL,S, , , 2	!čára reprezentující čelo trhliny
NSLL,S,1	!uzly této čáry
CM,CRACKTIP,NODE	
CINT,NEW,1	!nový výpočet
CINT,CTNC,CRACKTIP	
CINT,NORM,13,2	!normála osa y
CINT,NCON,5	!počet obrysů
CINT,SYMM,ON	!symetrie
CINT,LIST	
ALLSEL,ALL	
OUTRES,ALL	
/OUT,SCRATCH	
SOLVE	
FINI	
/POST1	

```

SET, LAST
PRCINT, 1 !výpis hodnot J-integrálu
*GET, J1, CINT, 1, 2, 5 !nutno zkontrolovat popř. upravit čísla uzlů
*GET, J2, CINT, 1, 1421, 5
CON1 = 2.1E5
K1 = SQRT(ABS(J1)*CON1)
CON2 = 2.1E5 / (1-(0.3*0.3))
K2 = SQRT(ABS(J2)*CON2)
*STATUS, K1
*STATUS, K2
LSEL, S, 2 !výběr čar pro určení cesty
LSEL, A, 7
LSEL, A, 38
LSEL, A, 37
LSEL, A, 4
NSLL, 1 !uzly náležící těmto čarám
LOCAL, 13, 0, a, R2, 0, 0, 90, 0, !lokální souřadnicový systém
CSYS, 13
RSYS, 13
PATH, KB, 3 !definice cesty
PPATH, 1, 2 !nutno zkontrolovat popř. upravit čísla uzlů
PPATH, 2, 1
PPATH, 3, 8856
KCALC, 1, 1, 0, 0 !výpočet K
*GET, KB, KCALC, K, 1
local, 14, 0, 0, R1+b, 0, 90, 90, 0,
CSYS, 14
RSYS, 14
PATH, KA, 3
PPATH, 1, 1421 !nutno zkontrolovat popř. upravit čísla uzlů
PPATH, 2, 919
PPATH, 3, 25705
KCALC, 0, 1, 0, 0 !výpočet K
*GET, KA, KCALC, K, 1
*STATUS, KB
*STATUS, KA

```